



**Escola Politécnica  
da  
Universidade de São Paulo**

**PMR-2550 - Projeto de Conclusão do Curso II**

**DINAMÔMETRO PIEZELÉTRICO  
(Modelagem em Elementos Finitos)**

Trabalho de formatura apresentado na  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
para a obtenção da graduação em engenharia

Professor Orientador: Ricardo Cury

NOME: Wilson Hsu

N. ° USP: 1799316

**São Paulo**

**2004**

*nota final*  
*7,0 (sete)*  
*[assinatura]*

### **Dedicatória**

**Dedico esse trabalho ao meu pai, minha mãe e meu irmão  
por terem me apoiado em todos os momentos de minha vida.**

## **Agradecimentos**

**Agradeço aos meus amigos, colegas e professores  
que contribuíram de alguma forma para esse trabalho**

## **Índice**

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| 1. Introdução                                       | 1  |
| 2. Objetivos                                        | 5  |
| 3. Sensores                                         | 6  |
| 3.1. Métodos da medida                              | 6  |
| 4. Materiais piezelétricos                          | 9  |
| 5. O método dos Elementos Finitos e suas Aplicações | 11 |
| 5.1 Implementação Computacional                     | 17 |
| 5.2. Software ANSYS                                 | 20 |
| 6. Projeto do protótipo                             | 21 |
| 7. Uso do Método de Elementos Finitos               | 26 |
| 8. Conclusão                                        | 27 |
| 9. Bibliografia                                     | 43 |
| Anexo A - Efeitos Acoplados e Equacionamento        | 46 |
| Anexo B - Resultados                                | 52 |



## 1. Introdução

A importância da monitoração das forças de corte em um processo de torneamento ou usinagem tem sido muito reconhecida tanto na indústria como nos meios acadêmicos. A detecção em tempo real dessas forças está relacionada com previsão de desgastes, detecção da fratura da ferramenta e outras inspeções de manutenção. A força normal de corte, que usualmente é a maior entre os três componentes da força de corte é tipicamente citado como o mais importante para ser monitorada.

Essas forças podem ser medidas diretamente através de um dinamômetro ligado na ferramenta, cujo uso está limitado ao seu alto custo, na confiabilidade em ambientes onde essas ferramentas estão, além do layout delas (espaço ocupado e peso) e da possibilidade de interferência com a performance do processo de corte. Algumas dessas limitações dependem também do torno a ser utilizado, podem ser até necessário um dinamômetro para cada ferramenta existente no torno. Algumas dessas limitações foram retiradas por alguns fabricantes que alteraram o projeto para poderem acomodar um dinamômetro em seu interior. No, entretanto muitas limitações citadas ainda existem em boa parte dos tornos. Isso significa que a medição de força utilizando dinamômetros e tecnologias semelhantes não são totalmente satisfatórias.



Recentemente, componentes de máquinas de alta precisão como os discos rígidos de computadores, que têm uma superfície com acabamento espelhado podem ser feitos em um torno mecânico de ultraprecisão com ferramentas feitos com cristal de diamante para assegurar a precisão necessária.

Os tornos mecânicos de ultraprecisão possuem uma altíssima precisão em seus movimentos repetitivos devido a mancais de ar e das novas ferramentas de diamante que foram desenvolvidas.

Em geral, a força de corte de uma máquina de precisão para metais macios como alumínio e cobre em um torno de ultraprecisão com uma profundidade de corte de alguns micrometros é bem menor que o da máquina convencional.

O propósito de medir a força de corte é poder entender o mecanismo de corte, bem como os efeitos das variáveis resultantes da força de corte, a usinabilidade da peça a ser trabalhada, o processo de formação do cavaco e uso de ferramenta.

A maioria dos métodos de medida para força cortante, porém, está concentrada medição de sua força de corte estática.

Agora há necessidade pôr maior ênfase no componente dinâmico da força de corte para satisfazer a alta precisão da máquina.

Na maioria dos casos, a força estática é obtida por um sensor de tipo strain-gage que produz uma voltagem proporcional à deformação elástica. O problema desse tipo de sensor é que ele depende de uma deformação relativamente alta,



que nem sempre é possível. É um problema crítico que a dureza do dinamômetro esteja em conflito com a sensibilidade desse dinamômetro, assim, há necessidade por um acordo entre eles. Outro problema é que para uma alta frequência, esse tipo de sensor não é eficaz na medição.

Devido a esses problemas há um aumento no uso de dinamômetros piezelétricos. O uso de sensores piezelétricos permite uma sensibilidade maior, já que ele necessita de uma menor deformação para ser registrada. Ela trabalha relativamente bem com altas frequências. O problema desse tipo de sensor é que ele não medirá bem forças de caráter estáticas, mas medirá as forças de caráter dinâmicas com uma boa precisão.

Nesse trabalho será realizada a modelagem de um desses dinamômetros. Em um trabalho paralelo será feita a construção de um protótipo. Os modelos criados neste trabalho serão baseados na forma final desse protótipo. E posteriormente montado em um torno para realização de testes.

Este projeto tem como uma das motivações o aprendizado do uso de software de modelagem de elementos finitos. Além de criar um modelo que poderá servir de referencia a um ou mais protótipos a serem criados.

Então, criaremos um modelo em elementos finitos de um dinamômetro piezelétrico para uso em usinagem em tornos. Este dinamômetro irá medir as forças dinâmicas que a peça exerce sobre a ferramenta durante a usinagem. Pelo



tipo de sensores (piezelétricos) não poderão ser medidas forças de caráter estático.

Será feito um estudo sobre as forças de corte que existem durante a usinagem. Também iremos realizar um estudo sobre piezômetros e seu funcionamento.

Hoje, o uso do conceito de elementos finitos e de softwares modeladores são praticamente indispensáveis na criação de qualquer projeto mecânico, principalmente se este projeto for complexo. Sua simulação computadorizada representa uma grande economia de recursos e tempo na construção de protótipos. Logo, haverá uma familiarização com relação ao uso de elementos finitos. Mais precisamente, com relação ao software de modelagem em elementos finitos, no caso será o ANSYS.

Após essas etapas realizaremos a criação de um modelo em elementos finitos de um dinamômetro piezelétrico, que poderá servir de complementação ao protótipo a ser construído.

Nesse modelo poderão ser feitas simulações. Como esse modelo será feito ao mesmo tempo em que é projetado e construído o protótipo poderá haver pequenas discrepâncias.



## **2. Objetivos**

O objetivo desse trabalho é a construção de um modelo em elementos finitos de um dinamômetro piezelétrico para utilização em tornos para usinagens. Esse dinamômetro estará acoplado entre o suporte da ferramenta no torno (castelo) e a ferramenta.

Utilizaremos como software de modelagem o ANSYS (versão 7). O ANSYS é um software largamente utilizado em todo o mundo.

Paralelamente ao desenvolvimento do modelo será realizado o projeto e a construção de um protótipo físico. Esse protótipo será realizado em outro trabalho. Esse trabalho será realizado por outro aluno e orientado por outro professor.

Os dados obtidos pelo modelo poderão, ser, futuramente, comparados com os dados obtidos dos testes do protótipo.



### 3. Sensores

A medida da força na fabricação é muito importante. Isto porque:

- A medida da força pode ser usada para monitorar as condições da ferramenta, e evitando a quebra durante o processo.
- A medida da força ajuda-nos compreender o processo, porque a força de corte é um dos indicadores os mais sensíveis do desempenho, os componentes de estático e dinâmico da força de corte contêm a informação a respeito do estado da formação do cavaco e da ferramenta de corte.
- A medida da força permite o coordenador de otimize o processo de manufatura e de projetar a ferramenta apropriada à máquina.

#### 3.1. Métodos da medida

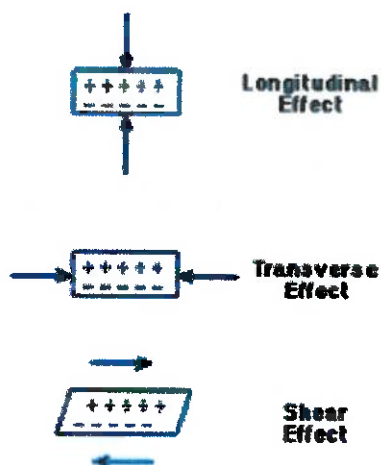
Há muitos sistemas de medição da força, tais como strain-gages, sistemas indutivos e capacitivos.

Este aqui é um método piezelétrico dado como um exemplo.

A medida piezelétrica da força é baseada no **efeito piezelétrico**. O efeito piezelétrico foi descoberto por Pierre e Jacques Curie de em 1880. Isto é, determinados cristais têm a propriedade para exibir cargas elétricas sob o carregamento mecânico, como mostrado na seguinte figura. Os amplificadores de



impedância na entrada podem amplificar seus sinais, que são proporcionais ao carregamento mecânico.



**Figura 1: Efeito da compressão no piezelétrico**

Os dispositivos de medição piezelétrico são usados extensamente hoje em laboratórios, no chão de fábrica e como o equipamento original. São usados na medida precisa e na gravação de mudanças dinâmicas em variáveis mecânicas tais como a pressão, a força e a aceleração.

Os sistemas de medição piezelétricos são sistemas elétricos ativos. Isto é, os cristais produzem uma saída elétrica somente quando experimentam uma mudança na carga. Para esta razão, não podem executar medidas de estática verdadeiras. Entretanto, pode oferecer a excelente capacidade de medição quasestática.



Os transdutores piezelétricos consistem essencialmente em placas finas cortadas dentro uma orientação precisa aos eixos do cristal, que seja sensível às cargas compressivas ou cortantes. Os elementos de quartzo são montados nas pilhas e onde são pré-carregadas. O pacote de quartzo gera um sinal da carga (medido em picocoulombs) que seja diretamente proporcional à força sustentada. Cada tipo de transdutor usa uma configuração de quartzo que otimizada e calibrada para sua aplicação particular (força, pressão, aceleração ou tensão).

Em transdutores piezelétrico de força o elemento sensor é o mesmo que o elemento do transdutor que produz o sinal de saída elétrico de uma força ativa. A rigidez elevada resultante de transdutores piezelétrico de força reduz extremamente o distúrbio (ou mudanças geométricas) causado pela medida e fornece uma frequência natural inerente elevada e um tempo de subida associada. Isto permite a medida dos eventos extremamente rápidos (tais como ondas de choque nos sólidos, na impressora de impacto e nas forças perfurantes) que de outra maneira não poderiam ser possíveis de serem medidas.



#### **4. Materiais piezelétricos**

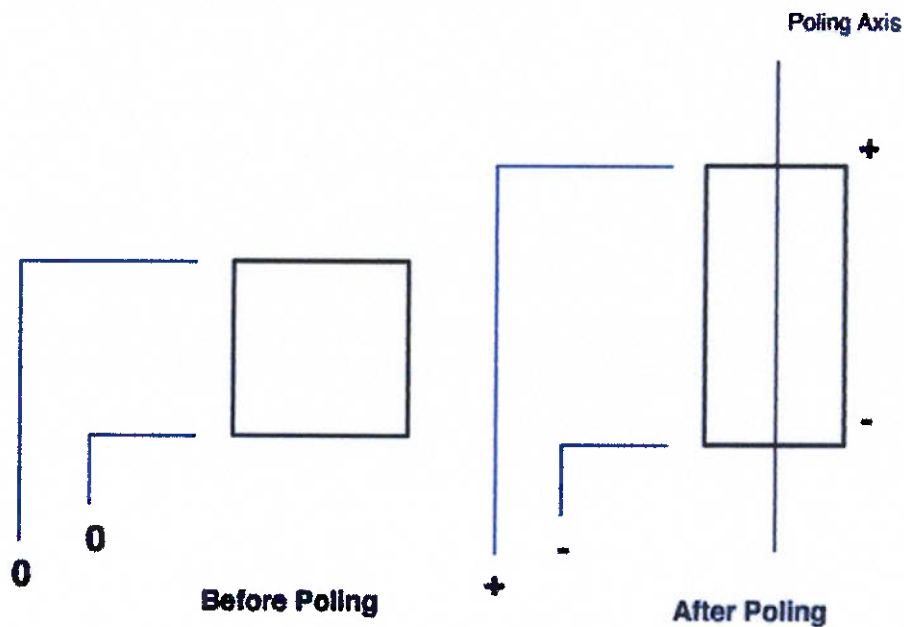
Piezeletricidade (de eletricidade da pressão) é a propriedade de certas classes de materiais cristalinos incluindo cristais naturais de Quartzo, Sal de Rochelle e Turmalina além de cerâmicas manufaturadas como o Titanato de Bário e Titanatos Zirconados de Chumbo (PZT).

Quando uma pressão mecânica é aplicada em um desses materiais, a estrutura cristalina produz uma voltagem proporcional à pressão. O oposto, quando um campo elétrico é aplicado, a estrutura muda de forma produzindo mudanças dimensionais no material.

O efeito piezelétrico de um dado item depende tipo de material piezelétrico e se o eixo mecânico e elétrico de operação está precisamente orientado na forma da cerâmica. Esses eixos são fixos durante a polarização, o processo que induz propriedades piezelétricas na cerâmica.

As cerâmicas piezelétricas são responsáveis por converter energia mecânica em energia elétrica ou vice versa. Possuem as mais diversas aplicações como, por exemplo, sensores, acelerômetros transdutores e atuadores.

Quando excitadas por uma tensão elétrica, dependendo do eixo de polarização as cerâmicas podem se expandir ou contrair, de acordo com a figura:



**figura 2: Eixo de Polarização**

O oposto também ocorre, isto é quando são deformados no sentido de seu eixo de polarização a cerâmica gera uma voltagem. Mas somente no eixo de polarização, deformação terá esse efeito.



## **5. O método dos Elementos Finitos e suas Aplicações**

O método dos elementos finitos (MEF) é um método matemático e computacional usado para análise de problemas do contínuo. O método permite que a peça em estudo tenha forma geométrica, carregamentos e condições de contorno quaisquer. Ocorre uma semelhança entre o modelo FEA (Finite Element Analysis) e a situação física real, e o modelo não será apenas uma abstração matemática difícil de ser visualizada.

Inicialmente o MEF foi usado em cálculos estruturais (por volta da década de 60), e hoje ele é largamente usado em aplicações envolvendo problemas de campo (como calor, fluidos, campo elétrico e magnético). Algumas análises que podem ser executadas por software de elementos finitos:

- Estática linear de tensões e deformações (edifícios, pontes, torres, componentes mecânicos em geral, tubulações em geral, etc...).
- Dinâmica (modos de vibração, frequências naturais, etc...).
- Não linear de tensões e deformações (conformação, grandes deformações, etc...).
- Térmica (transmissão de calor em regime permanente e transiente, etc...).
- Tensões devido ao carregamento térmico (tubulações industriais e em geral, etc...).
- Escoamento de fluidos (tanto aerodinâmica como hidrodinâmica)



- Campos elétricos (condutores, isolantes, eletrodeposição e corrosão) e magnéticos.

É uma idéia natural que, a partir de uma situação ou de um sistema mais complexo querermos dividir em componentes menores ou em subsistemas para podermos analisar ou resolver algum problema. Assim, surge a idéia de que, a partir do entendimento do comportamento de cada parte ou elemento, poderemos entender o funcionamento de todo o conjunto, por mais complexo que possa parecer. Em muitas situações práticas, a identificação dos componentes de um sistema, ou mais particularmente de uma estrutura, parece-nos uma tarefa quase que óbvia. Por exemplo, uma estrutura espacial metálica formada somente por vigas. É natural identificar os componentes individuais das vigas, ou elementos, que conectados entre si nas juntas ou nos nós estruturais que formam o conjunto estrutural.

Outra idéia bastante comum e que se torna fundamental na análise estrutural é a idéia de rigidez. Todos possuem a idéia de rigidez desde as primeiras aplicações com os elementos elásticos (molas) da física básica. O conceito de mola equivalente (ou rigidez equivalente) faz parte do dia-a-dia do técnico. Assim ocorre também ao abordar-se a análise estrutural. A rigidez da estrutura depende da rigidez de cada um de seus elementos. Pode-se avaliar então a rigidez da estrutura a partir da rigidez de cada um de seus elementos.

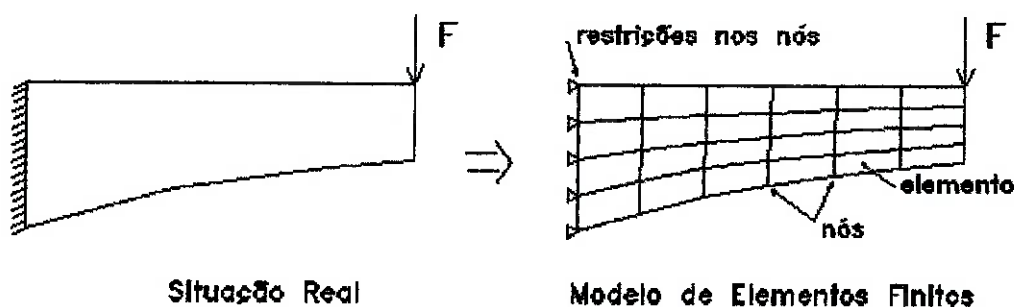
Então de modo simples, a primeira idéia de elementos finitos é:



A estrutura ou o componente mecânico é subdividido em um número finito de partes (ou elementos) que são conectados entre si. A estrutura então pode ser representada como uma montagem de elementos que constitui um modelo matemático, também chamados de modelo estrutural ou idealização estrutural.

Diversos componentes podem ser representados dessa forma: a estrutura completa de um veículo, componentes de um chassi, pára-choques, eixos, componentes de máquinas, carcaças de diferencial, e também atuadores ou sensores piezelétricos, que será o caso desse trabalho.

O modelo de elementos finitos é composto por elementos conectados entre si por nós, formando uma malha de elementos finitos, conforme a figura a seguir.



**figura 3: Situação real e modelo**

Dois aspectos iniciais constituem as características principais do método de elementos finitos:

- A subdivisão da estrutura em elementos, isto é, a malha de elementos finitos;



- A escolha do elemento apropriado para modelar uma determinada situação física;

A escolha do tamanho adequado da malha não parece óbvia em uma estrutura continua. E realmente não é, pois depende do conhecimento das propriedades do elemento escolhido para representação do problema, que é a mais fundamental característica do método.

Do ponto de vista prático, os softwares de elementos finitos oferecem uma biblioteca de elementos, cada qual tentando representar um diferente comportamento físico conhecido da Mecânica (placas, cascas, membranas, sólidos, vigas, etc...). Esse comportamento é descrito por intermédio de funções matemáticas que caracterizam a propriedade desejada daquele elemento individual. Dispondo da biblioteca de elementos, podemos avaliar a propriedade da estrutura inteira a partir da propriedade de cada elemento.

Tendo montado o modelo estrutural, pode-se determinar a configuração deformada da estrutura no computador, por intermédio dos deslocamentos dos nós, qualquer que seja a forma da estrutura e o tipo de carregamento. Está-se então em condição de determinar o estado de tensões na estrutura e fazer a avaliação de seu comportamento mecânico. Pode-se ainda determinar, uma vez fornecidas as propriedades elétricas e piezelétricas do material, as distribuições de corrente, a impedância e as deformações devidas às voltagens impostas em componentes piezelétricos.



Assim, o método dos elementos finitos é uma ferramenta extremamente valiosa para ajudar as equipes de engenharia em uma das tarefas mais importantes no desenvolvimento de um produto, que é determinar o seu comportamento mecânico e garantir que não haverá falha em condições normais de operação, assim como se o componente irá operar de acordo com o esperado nos requisitos de projeto.

Para executar uma análise que conduza a decisões adequadas, devem ser observados alguns requisitos:

- Entendimento claro do problema físico a ser simulado;
- Conhecimento do comportamento desejado (critério do projeto);
- Propriedade dos materiais envolvidos;
- Características dos elementos finitos envolvidos na análise;
- Definição da região de interesse, definido a extensão do modelo de análise;
- Condições de contorno (por exemplo, carga e vínculos estruturais).

Assim, o modelo proposto deve representar trecho a trecho da forma mais acurada possível de o que ocorre na estrutura real. Essa representação só pode ser feita se o analista conhecer o comportamento dos elementos finitos disponíveis e identificar no objeto da análise esse comportamento, de sorte a utilizar o elemento adequado para cada aplicação. Em resumo, os programas de elementos finitos não são, sob nenhuma hipótese, ferramentas complexas que independem do analista, pois constituem um auxílio a ele, que deve conhecer os



conceitos do MEF, e o comportamento dos principais elementos da biblioteca do programa. Uma base conceitual adequada é o melhor caminho para obter bons resultados nas aplicações práticas do dia-a-dia com os softwares de elementos finitos.

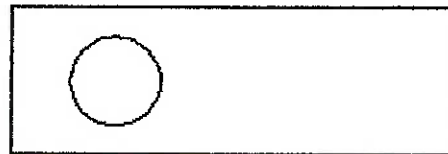


## 5.1. Implementação Computacional

### Pré-Processamento

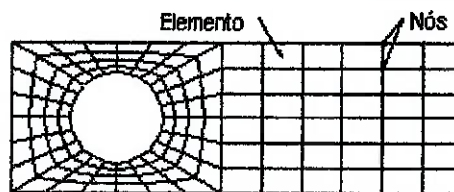
#### **Modelamento:**

Consiste no desenho em CAD da estrutura a ser calculada. Pode ser executado no próprio programa ou importado de outros CAD's.



#### **Malha de elementos finitos:**

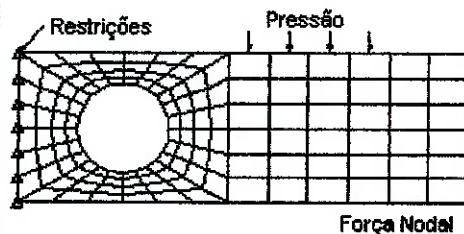
Consiste na discretização da estrutura, ou seja, a sua divisão em elementos conectados por nós.



#### **Condições de Contorno:**

**Restrições** - definem como a estrutura se relaciona com o meio ambiente (engastamentos).

**Carregamentos** - definem as solicitações as quais a estrutura está submetida (Forças nodais, pressões, momentos, carga térmica, etc.).

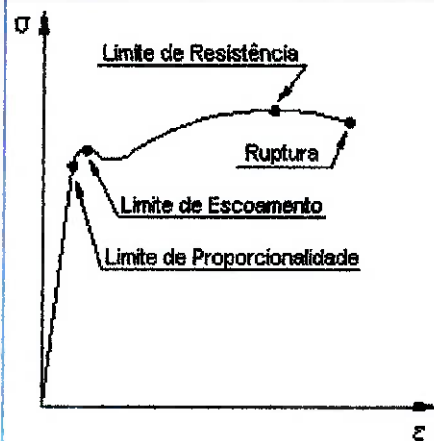




### ***Propriedades do Material:***

Definição das características físicas do material a ser utilizado na estrutura.

Módulo de Elasticidade (Young),  
Densidade, Coeficiente de Poisson.



### **Processamento**

Cálculo da matriz de rigidez.

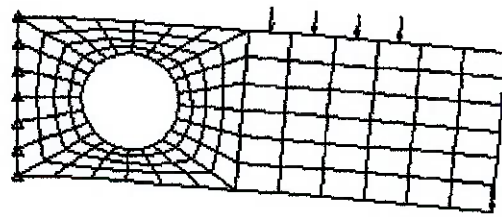
Cálculo dos deslocamentos nodais e tensões.



## Pós-Processamento

### **Deslocamentos:**

Pode ser visualizada a estrutura deformada ou um mapa com faixas coloridas de deslocamentos. Podem-se conhecer também os deslocamentos individuais de cada nó com o mouse ou por meio de listagens.



### **Tensões:**

As tensões podem ser visualizadas (na forma de mapas com faixas coloridas) nas direções principais, os valores máximos e mínimos principais (Fadiga) ou de acordo como os critérios de resistência de Von Mises ou Tresca.

### **Concentração de Tensões:**

Podem ser visualizadas as regiões de maior concentração de tensões, que durante a vida útil da estrutura estarão mais propensas a apresentarem trincas (permitindo escolher futuros pontos de inspeção).





## 5.2. Software ANSYS

O software utilizado para a modelagem e simulações será o ANSYS. Esse software é bastante conhecido, sendo usado por inúmeras empresas de engenharia.

O ANSYS é possível realizar a construção do modelo, discretizar (dividir o modelo em partes menores), realizar simulações com cargas e carregamentos, e até mesmo realizar pequenas animações para ilustrar o comportamento do modelo.

Utilizando as ferramentas de criação do ANSYS iremos criar o modelo, e em seguida ira ser feito à caracterização dos materiais. Após essas etapas ira ser feita a escolha do tipo de elemento utilizado pelo software.

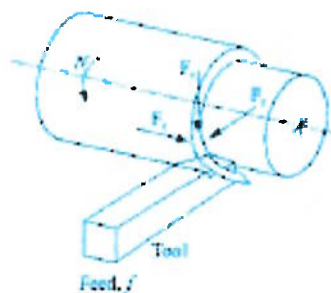
A etapa a seguir será a realização do “Meshing”, isto é, a divisão do modelo em elementos menores segundo o elemento escolhido.

Finalizando será aplicado uma série de forças e plotado o resultado graficamente (utilizando a ferramenta “Powergraphics” do Ansys) para interpretação dos resultados.



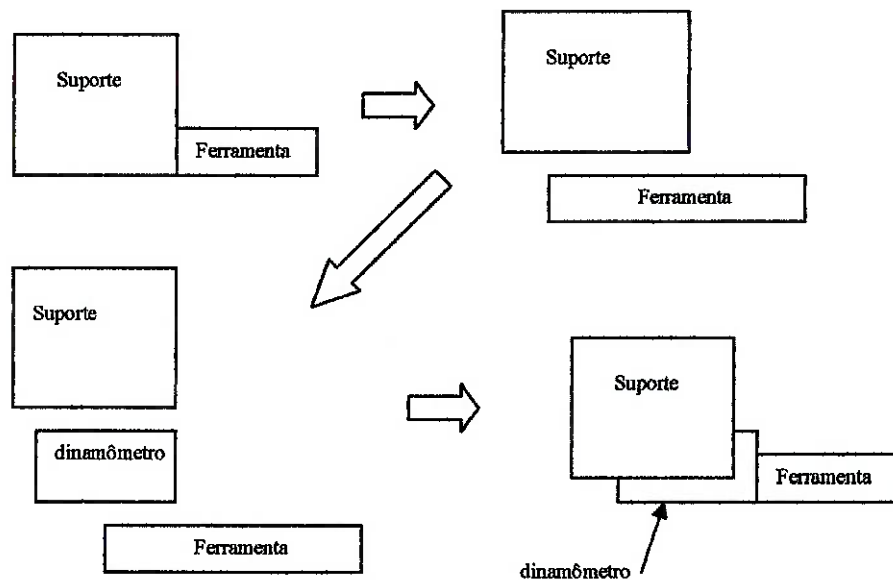
## 6. Projeto do protótipo

Inicialmente foi feito um estudo do funcionamento de um torno e seus componentes, em especial da ferramenta e seu suporte (também chamado de castelo). Também foi feito um estudo da atuação das forças de corte e como se divide em seus três componentes (axial, tangencial e radial em relação à peça a ser usinada).



**Figura 4: Ferramenta e peça usinada**

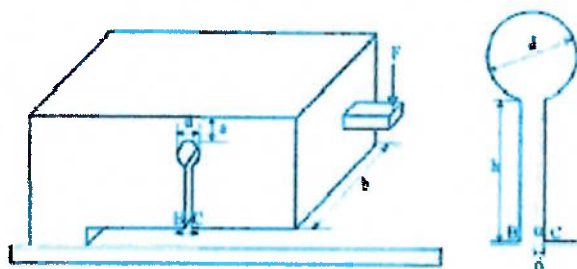
A partir daí, chegamos à conclusão que o melhor lugar para se colocar o dinamômetro seria entre a porta-ferramenta e o suporte da porta-ferramenta, como uma peça intermediária.



**Figuras 5: Localização do dinamômetro piezelétrico**

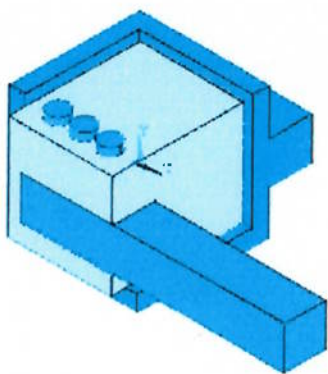


A partir dessa consideração foi iniciado o projeto do dinamômetro, vários modelos foram propostos:



**figura 6: Um dos modelos previamente propostos**

Mas o modelo final escolhido é composto por duas peças de aço 1020 e 3 sensores piezométricos.



**figura 7: Vista isométrica da solução adotada**



Para os componentes de aço (suporte principal e suporte da porta ferramenta) foi considerado como parâmetros apenas o Modulo de Young (Modulo de elasticidade) e o coeficiente de Poisson. Cujos valores são 190 GPa e 0,3 respectivamente. Para a ferramenta foi considerado valor de 200 GPa para o modulo de Young e 0,29 para o coeficiente de Poisson.

### **Problema Piezelétrico**

Os parâmetros piezelétricos já são um pouco mais complicados de serem tratados.

Pois cada elemento deve ser tratado separadamente como se fosse uma matéria diferente. Isso ocorre devido o eixo de polarização.

Para caracterizar o material piezelétrico é necessário preencher duas tabelas de parâmetros (uma para características mecânicas da cerâmica e outra para as capacidades piezelétricas). Cada elemento dessas tabelas é na verdade componentes da matriz piezelétrica de parâmetros.

O problema ocorre porque apenas um dos eixos da cerâmica deve ser utilizada para efeitos piezelétricos.

Assim temos as seguintes matrizes:

Quando a polarização ocorre na direção do eixo X:



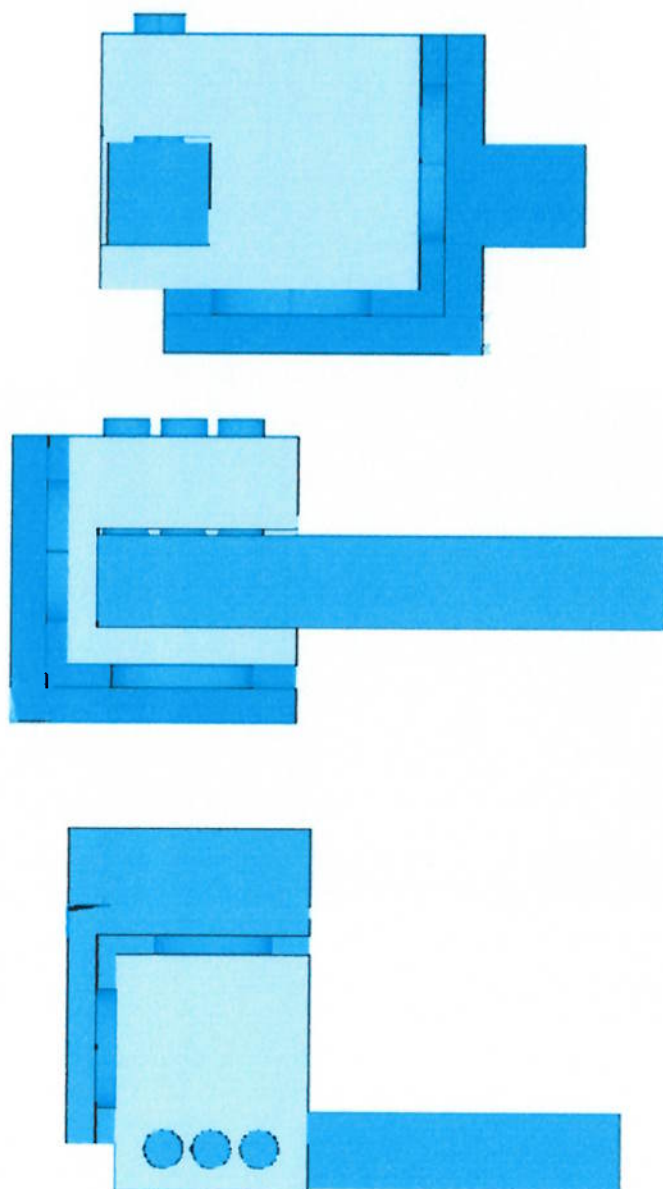
As cerâmicas serão prensadas entre o suporte principal e o suporte da porta-ferramenta através de três parafusos colocada em cada face onde se encontra um sensor piezelétrico.

O dinamômetro será adaptado então em um torno CNC da marca Gildemeister de modelo CTX 200, existente no laboratório.

## **7. Uso do Método de Elementos Finitos**

Para podermos prever o comportamento do conjunto do dinamômetro utilizaremos o método de elementos finitos. Isto é iremos subdividir os componentes e pequenos elementos e iremos calcular com ajuda de um software o comportamento desses elementos e seus efeitos um por um até abranger todos os elementos do dinamômetro.

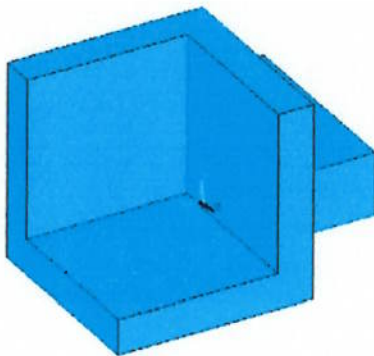
Foi utilizado para modelar o dinamômetro em elementos finitos o software ANSYS, versão 7. Esse software é amplamente utilizado na indústria mecânica para modelagem de máquinas e componentes mecânicos. Neste trabalho ele será utilizado para modela não somente os componentes mecânicos (o suporte principal e o suporte da porta ferramenta), mas também os componentes piezelétricos (três sensores de cerâmica piezelétrica).



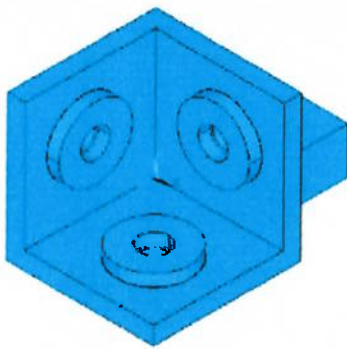
**figura 8: Visão Lateral, frontal e superior do dinamômetro**



A seguir a sequência de montagem do modelo:

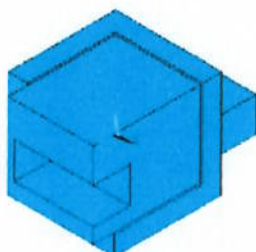


**figura 9: Suporte Principal**



:

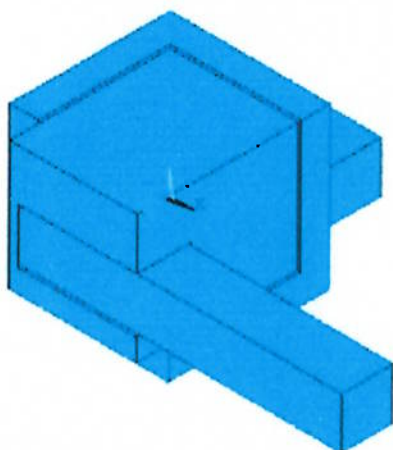
**figura 10: Colocação dos sensores piezelétricos:**



**figura 11: Colocação do suporte à porta-ferramenta:**

Este será fixado com três parafusos com o suporte principal, um para cada face onde se encontra a cerâmica piezelétrica.

E finalmente a colocação da ferramenta ou porta-ferramenta:



**figura 12: a colocação da ferramenta ou porta-ferramenta**



$$\begin{bmatrix} T''_{xx} \\ T''_{yy} \\ T''_{zz} \\ T''_{yz} \\ T''_{xz} \\ T''_{xy} \\ D''_x \\ D''_y \\ D''_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{33}^E & c_{13}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & -e_{33} & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{11}^E & c_{12}^E & 0 & 0 & 0 & -e_{31} & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{12}^E & c_{11}^E & 0 & 0 & 0 & -e_{31} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & 0 & -e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & -e_{15} \\ \hline e_{33} & e_{31} & e_{31} & 0 & 0 & 0 & e_{33}^S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & e_{11}^S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & e_{11}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S''_{xx} \\ S''_{yy} \\ S''_{zz} \\ S''_{yz} \\ S''_{xz} \\ S''_{xy} \\ E''_x \\ E''_y \\ E''_z \end{bmatrix}$$

Quando a polarização ocorre na direção do eixo Y:

$$\begin{bmatrix} T'_{xx} \\ T'_{yy} \\ T'_{zz} \\ T'_{xy} \\ T'_{yz} \\ T'_{xz} \\ D'_x \\ D'_y \\ D'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{13}^E & c_{12}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} & 0 \\ c_{13}^E & c_{33}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33} & 0 \\ c_{12}^E & c_{13}^E & c_{11}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & -e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & 0 & -e_{15} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & e_{11}^S & 0 & 0 \\ e_{31} & e_{33} & e_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{33}^S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & e_{11}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S'_{xx} \\ S'_{yy} \\ S'_{zz} \\ S'_{xy} \\ S'_{yz} \\ S'_{xz} \\ E'_x \\ E'_y \\ E'_z \end{bmatrix}$$



Quando a polarização ocorre na direção do eixo Z:

$$\begin{bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{zz} \\ T_{yz} \\ T_{xz} \\ T_{xy} \\ D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31} \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & 0 & -e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & -e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & e_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & e_{11}^S & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{33}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{yz} \\ S_{xz} \\ S_{xy} \\ E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix}$$



Utilizando a seguinte tabela:

Propriedades do PZT-5A usadas no ANSYS.

|                           |                              |       |                                  |
|---------------------------|------------------------------|-------|----------------------------------|
| constantes elásticas      | $c_{11}^E$                   | 12,10 | $\times 10^{10} \text{N.m}^{-2}$ |
|                           | $c_{12}^E$                   | 7,52  | $\times 10^{10} \text{N.m}^{-2}$ |
|                           | $c_{13}^E$                   | 7,51  | $\times 10^{10} \text{N.m}^{-2}$ |
|                           | $c_{33}^E$                   | 11,10 | $\times 10^{10} \text{N.m}^{-2}$ |
|                           | $c_{44}^E$                   | 2,105 | $\times 10^{10} \text{N.m}^{-2}$ |
|                           | $c_{66}^E$                   | 2,21  | $\times 10^{10} \text{N.m}^{-2}$ |
| constantes piezoelétricas | $e_{31}$                     | -5,35 | $\text{C.m}^{-2}$                |
|                           | $e_{33}$                     | 15,8  | $\text{C.m}^{-2}$                |
|                           | $e_{15}$                     | 12,3  | $\text{C.m}^{-2}$                |
| constantes dielétricas    | $\epsilon_{11}^S/\epsilon_0$ | 916   |                                  |
| relativas*                | $\epsilon_{22}^S/\epsilon_0$ | 916   |                                  |
|                           | $\epsilon_{33}^S/\epsilon_0$ | 830   |                                  |

(\*)  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{F.m}^{-1}$

No ANSYS

Temos a seguinte notação:

Na Definição de Modelos de Materiais (Material Models) temos:



Para o sentido de polarização no eixo X

A matriz piezelétrica:

Piezoelectric Matrix for Material Number 2

Piezoelectric Matrix for Material Number 2

Piezoelectric Matrix Options: Piezoelectric stress matrix [e]

|    | X     | Y    | Z    |
|----|-------|------|------|
| X  | 15.8  | 0    | 0    |
| Y  | -5.35 | 0    | 0    |
| Z  | -5.35 | 0    | 0    |
| XY | 0     | 12.3 | 0    |
| YZ | 0     | 0    | 0    |
| XZ | 0     | 0    | 12.3 |

Graph

OK Cancel Help

Valores da permissividade:

Relative Permittivity for Material Number 2

Relative Permittivity (Orthotropic) for Material Number 2

|              | T1  |
|--------------|-----|
| Temperatures | 0   |
| PERX         | 830 |
| PERY         | 916 |
| PERZ         | 916 |

Add Temperature Delete Temperature Graph

OK Cancel Help



### Matriz Anisotrópica do Material:

**Anisotropic Elasticity for Material Number 2**

Anisotropic Elasticity for Material Number 2

Anisotropic Elastic Matrix Options Stiffness form

|             | T1         |
|-------------|------------|
| Temperature | 0          |
| D11         | 1.11E+011  |
| D12         | 7.51E+010  |
| D13         | 7.51E+010  |
| D14         | 0          |
| D15         | 0          |
| D16         | 0          |
| D22         | 1.21E+011  |
| D23         | 7.5E+010   |
| D24         | 0          |
| D25         | 0          |
| D26         | 0          |
| D33         | 1.2E+011   |
| D34         | 0          |
| D35         | 0          |
| D36         | 0          |
| D44         | 2.1E+010   |
| D45         | 0          |
| D46         | 0          |
| D55         | 2.24E+010  |
| D56         | 0          |
| D66         | 2.105E+010 |

Add Temperature Delete Temperature Add Row Delete Row Graph

OK Cancel Help



Para o sentido de polarização no eixo Y

A matriz piezelétrica:

Piezoelectric Matrix for Material Number 3

Piezoelectric Matrix Options: Piezoelectric stress matrix [e]

|    | X    | Y     | Z    |
|----|------|-------|------|
| X  | 0    | -5.35 | 0    |
| Y  | 0    | 15.8  | 0    |
| Z  | 0    | -5.35 | 0    |
| XY | 12.3 | 0     | 0    |
| YZ | 0    | 0     | 12.3 |
| XZ | 0    | 0     | 0    |

Graph

OK Cancel Help

Valores da permissividade:

Relative Permittivity for Material Number 3

Relative Permittivity (Orthotropic) for Material Number 3

|              | T1  |
|--------------|-----|
| Temperatures | 0   |
| PERX         | 916 |
| PERY         | 830 |
| PERZ         | 916 |

Add Temperature Delete Temperature Graph

OK Cancel Help



### Matriz Anisotrópica do Material:

**Anisotropic Elasticity for Material Number 3**

Anisotropic Elasticity for Material Number 3

Anisotropic Elastic Matrix Options Stiffness form

| Temperature | T1         |
|-------------|------------|
| D11         | 1.21E+011  |
| D12         | 7.51E+010  |
| D13         | 7.51E+010  |
| D14         | 0          |
| D15         | 0          |
| D16         | 0          |
| D22         | 1.11E+011  |
| D23         | 7.5E+010   |
| D24         | 0          |
| D25         | 0          |
| D26         | 0          |
| D33         | 1.21E+011  |
| D34         | 0          |
| D35         | 0          |
| D36         | 0          |
| D44         | 2.105E+010 |
| D45         | 0          |
| D46         | 0          |
| D55         | 2.105E+010 |
| D56         | 0          |
| D66         | 2.24E+010  |

Outp... ANSYS Multiphy... 1 arquivos de 1... Define Materi... ansys21.bmp - ..

OK Cancel Help



Para o sentido de polarização no eixo Z

A matriz piezelétrica:

Piezoelectric Matrix for Material Number 4

Piezoelectric Matrix Options: Piezoelectric stress matrix [e]

|    | X    | Y    | Z    |
|----|------|------|------|
| X  | 0    | 0    | -5.4 |
| Y  | 0    | 0    | -5.4 |
| Z  | 0    | 0    | 15.8 |
| XY | 0    | 12.3 | 0    |
| YZ | 12.3 | 0    | 0    |
| XZ | 0    | 0    | 0    |

Graph

OK Cancel Help

Valores da permissividade:

Relative Permittivity for Material Number 4

Relative Permittivity (Orthotropic) for Material Number 4

|              | T1  |
|--------------|-----|
| Temperatures | 0   |
| PERX         | 916 |
| PERY         | 916 |
| PERZ         | 830 |

Add Temperature Delete Temperature Graph

OK Cancel Help



### Matriz Anisotrópica do Material:

Anisotropic Elasticity for Material Number 4

Anisotropic Elasticity for Material Number 4

Anisotropic Elastic Matrix Options Stiffness form

| Temperature | T1         |
|-------------|------------|
|             | 0          |
| D11         | 1.21E+011  |
| D12         | 7.52E+010  |
| D13         | 7.52E+010  |
| D14         | 0          |
| D15         | 0          |
| D16         | 0          |
| D22         | 1.21E+011  |
| D23         | 7.51E+010  |
| D24         | 0          |
| D25         | 0          |
| D26         | 0          |
| D33         | 1.11E+011  |
| D34         | 0          |
| D35         | 0          |
| D36         | 0          |
| D44         | 2.105E+010 |
| D45         | 0          |
| D46         | 0          |
| D55         | 2.105E+010 |
| D56         | 0          |
| D66         | 2.24E+010  |

Add Temperature Delete Temperature Add Row Delete Row Graph

OK Cancel Help



Após a caracterização dos materiais utilizados devemos escolher o tipo de elemento a ser aplicado no modelo. Para os materiais de aço foi utilizado o elemento tipo Solid 95 (20-Node Structural Solid).

Já para os piezelétrico devemos escolher elementos da categoria de coupled field.

Uma análise de coupled field é uma análise que leva em conta a interação entre dois (coupled) ou mais disciplinas (field) de engenharia. Por exemplo, uma análise de piezelétrica controla a interação entre os campos estruturais e elétricos: serve para a distribuição de voltagem devido a deslocamentos aplicados, ou vice-versa.

Neste caso utilizou se o elemento Solid 98 (Tetrahedral Coupled-Field Solid). Devido à presença de elementos circulares, evitou-se o uso do elemento Solid5 (Scalar Brick).

Foi substituído no modelo os parafusos que criavam uma pré-tensão nas cerâmicas por seus efeitos. Isto é por uma pressão e uma aderência do piezelétrico nas paredes em que a cerâmica esta apoiada. A escolha da pressão foi de 10 N, levando em conta que na hora da montagem seria aplicada apenas uma leve pressão para travar os parafusos.



### **Realizando o Mesh.**

Após a construção da parte geométrica do modelo, começamos a realização do mesh.

Para realizar o mesh optou-se por utilizar os valores default do programa. Pois isso deu resultados idênticos aos do modelo que utilizou 0,003 m de tamanho de elemento. E com a vantagem de ter um tempo de processamento menor.

Foi realizado o Mesh utilizando o elemento Solid95 para os materiais de aço e Solid98 para as cerâmicas.



### **Aplicando forças**

Engastamos a parte do suporte principal que vai esta ligada ao torno. E depois aplicamos forças variadas na ponta da ferramenta, para obter os resultados.

Foram aplicadas 4 forças em cada um dos sentidos X,Y,Z .

Força de -10 N no sentido do eixo X:

Força de -100 N no sentido do eixo X:

Força de -200N no sentido do eixo X:

Força de -400 N no sentido do eixo X:

Força de -10 N no sentido do eixo Y:

Força de -100 N no sentido do eixo Y:

Força de -200N no sentido do eixo Y:

Força de -400 N no sentido do eixo Y:

Força de -10 N no sentido do eixo Y:

Força de -100 N no sentido do eixo Y:

Força de -200N no sentido do eixo Y:

Força de -400 N no sentido do eixo Y:



### **Análise dos resultados:**

Podemos notar que até valores de 400 N o comportamento das cerâmicas é linear. Sendo o valor das tensões em volts proporcional ao aumento da carga aplicada. No anexo "A" estão plotadas o gradiente de tensão para cada uma dessas situações. Lembrete: As forças estão no sentido negativo dos eixos.

Um dos maiores problemas na interpretação dos dados, está no fato da força aplicada sobre cada sensor (cerâmica piezelétrica) não ser uniforme. Ocorrendo uma concentração de forças maior em uma determinada região do que outra. Criando assim um gradiente de deformação. E como o potencial elétrico depende de sua deformação, o ANSYS cria como resultado um gradiente no potencial.

O ANSYS não possui nenhuma ferramenta para calculo desse gradiente. Seria necessário realizar uma integração dos valores da superfície da cerâmica, para se obter um valor médio.

Foi tentado várias alternativas, como colocar no modelo uma camada condutora, mas o ANSYS teve dificuldade de lidar com uma camada muito fina (na ordem de dezenas de micrometros) de material condutor (prata ou cobre). E uma camada mais grossa poderia afetar os resultados, pois essa camada iria se deformar ao invés da deformação da cerâmica piezelétrica ou do aço usado no resto do dinamômetro.



Mas após realizar uma integração grosseira (a olho e medindo as áreas com régua e aproximando o formato com quadriláteros e triângulos), podemos concluir que o comportamento está coerente com a realidade física.

Foi feita a aplicação de forças diagonais, que resultaram em valores próximos a soma dos valores das forças dos componentes quando tratados individualmente (decompondo as forças diagonais por suas componentes nos Eixos X, Y e Z). Pelo menos levando em conta os valores médios.



## 8. Conclusão

Pelo comportamento das cerâmicas piezelétricos no modelo podemos ter uma noção de como o protótipo irá se comportar.

A parte mais difícil do trabalho foi sem dúvida caracterizar os piezelétricos no modelo. Normalmente os piezelétricos são utilizados como atuadores. Esse tipo de modelagem é mais simples do que a modelagem de piezelétricos com sensores, pois neste caso obtém-se um gradiente de tensões sobre a cerâmica, que deve ser calculada por uma integral de área para se obter o valor médio do potencial elétrico nas superfícies da cerâmica, e assim obter o diferencial do potencial (ddp). Mas o software, aparentemente não possui essa função de integração, o que dificultou a obtenção da tensão obtida com a compressão das cerâmicas.

Vale ressaltar que esse tipo de modelagem, isto é, modelar um elemento piezelétrico como sensor e não com atuador, não é comum. Não foi encontrado nenhuma referência ou trabalho com esse tipo de aproximação. Isso dificultou na hora de checar os resultado, não havia referência para ser seguido.

Mas consultando outros professores, pudemos confirmar que os valores são possíveis. Dando uma certa credibilidade nos resultados.



## **9. Bibliografia**

**Nader, Gilder** *"Desenvolvimento de Técnicas de Caracterização de transdutores piezelétricos"* Tese apresentada à EPUSP em 2002

**Rao, Balkrishna C.; Gao, Robert X.** *"Integrated Force Measurement for On-line Cutting Geometry Inspection"* IEEE transactions on instrumentation and measurement, vol 44, no. 5, October 1995.

**Kim, Jeong-Du; Kim Dong-Sik.** *"Development of a combined-type dynamometr with piezo-film accelerometer for ultra-precision lathe"* Jornal of Material Processing Technology 71 (1997) pgs 360-366

**Stein, Jeffrey L.; Huh, Kunsoo** *"Monitoring Cutting Forces In Turning"* Transanction of the ASME, Vol. 124, Feb. 2002

**Zhu, Wen-Hong; Jun. Martin B.; Altinas, Yusuf** *"A fast tool servo design for precision turnig of shafts on conventional CNC lathe"* International Journal of Machine Tools & Manufacturing 41 (2001) - pgs 953-965

**ANSYS 7.0 Documentation**



**Sites:**

**University of Alberta - ANSYS Tutorials**

<http://www.mece.ualberta.ca/tutorials/ansys/>

**ANSYS (R) Finite Element Analysis Info and Tips**

[http://www3.sympatico.ca/peter\\_budgell/home.html](http://www3.sympatico.ca/peter_budgell/home.html)

**Morgan Electro Ceramics Piezoelectrics**

<http://www.morganelectroceramics.com/>

**Kistler**

<http://www.kistler.com/>

**PCB Dynamic Force Sensor Theory**

<http://www.davidson.com.au/products/force/pcb/theory/force-theory.asp>



Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
Departamento de Engenharia Mecatrônica e Sistemas Mecânicos

---

## Anexos

## **Anexo A - Efeitos Acoplados**

### **Introdução**

Análises em coupled-field (campos acoplados) são úteis para resolver problemas onde a interação de fenômenos de várias disciplinas da ciência física é significativa. Vários exemplos disto incluem: um campo elétrico que interage com um campo magnético, um campo magnético que produz forças estruturais, um campo de temperatura que influencia fluxo de fluido, um campo de temperatura que dá origem a tensões térmicas e a influência habitual de temperatura propriedades materiais dependentes. Os elementos que podem ser utilizados que têm características de coupled-field (campos acoplados) são:

**SOLID 5 - 3-D Coupled-Field Solid**

**SOLID 98 - Tetrahedral Coupled-Field Solid**

**PLANE 13 - 2-D Coupled-Field Plane**

Para o trabalho foi escolhido o SOLID 98, mais compatível com as estruturas curvas do trabalho.

Há certas vantagens e desvantagens inerentes com formulações de coupled-field:

**Vantagens:**

Permite soluções a problemas que não seriam possíveis com elementos finitos habituais.

Simplifica o modelo de problemas de juntar-campo permitindo usar um tipo de elemento em uma única passagem de análise.

## Desvantagens

Reformulação da matriz é ineficiente (se uma seção de uma matriz associada com um fenômeno é alterado, a matriz inteira será alterada).

Exigências de armazenamento maiores.

## Equacionamento

Existem basicamente dois métodos de acoplamento distintos nas técnicas de formulação de elementos finitos utilizados para desenvolver as equações matriciais. A seguir estão os dois tipos equacionados com dois graus de liberdade:

1º Tipo – Acoplamento Forte (simultâneo, total) – onde a matriz de equações é da forma:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}$$

e o efeito acoplado está representado pela presença dos termos  $[K_{12}]$  e  $[K_{21}]$ . Este método prove uma resposta após uma iteração.

2º Tipo – Acoplamento Fraco (seqüencial) – onde o acoplamento na matriz de equações é mostrada numa forma mais geral:

$$\begin{bmatrix} [K_{11}(\{X_1\}, \{X_2\})] & [0] \\ [0] & [K_{22}(\{X_1\}, \{X_2\})] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{X_1\} \\ \{X_2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_1(\{X_1\}, \{X_2\})\} \\ \{F_2(\{X_1\}, \{X_2\})\} \end{Bmatrix}$$

e o efeito acoplado esta na dependência de  $[K_{11}]$  e  $\{F_1\}$  em  $\{X_2\}$  assim como  $[K_{22}]$  e  $\{F_2\}$  em  $\{X_1\}$ . São necessários pelo menos duas iterações para obter a resposta acoplada.

O que nos interessa é 1º tipo, cuja forma geral é:

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\} \\ \{\ddot{V}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\dot{V}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [K^z] \\ [K^z]^T & [K^d] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{V\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{L\} \end{Bmatrix}$$

where:

$$\{F\} = \{F^{nd}\} + \{F^{th}\} + \{F^{ac}\} + \{F^{pr}\}$$

$$\{L\} = \{L^{nd}\}$$

Com

$[M]$  = Matriz de massa estrutural

$\{u\}$  = Vetor de deslocamento

$[C]$  = Matriz de amortecimento estrutural

$\{F^{nd}\}$  = Vetor de força aplicada nos nós

$\{F^{th}\}$  = Vetor de força causada pela tensão térmica

$\{F^{ac}\}$  = Vetor de força devido aos efeitos da aceleração

$\{F^{pr}\}$  = Vetor de Pressão

$\{V\}$  = Vetor potencial elétrico

$\{L^{nd}\}$  = Vetor de carga aplicada nos nós

$[K^z]$  = Matriz de rigidez piezelétrica

$[K^d]$  = Matriz de coeficiente dielétrico

No caso piezelétrico temos as seguintes equações:

$$\{T\} = [c]\{S\} - [e]\{E\}$$

$$\{D\} = [e]^T\{S\} + [\epsilon]\{E\}$$

ou

$$\begin{Bmatrix} \{T\} \\ \{D\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [c] & [e] \\ [e]^T & -[\epsilon] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{S\} \\ -\{E\} \end{Bmatrix}$$

com

$\{T\}$  =vetor de tensão

$\{D\}$  = vetor de densidade de fluxo elétrico

$\{S\}$  = vetor de rigidez

$\{E\}$  = vetor de campo elétrico

$[c]$  = matriz de elasticidade

$[e]$  = matriz de tensões piezelétricas

$[\epsilon]$  = matriz dielétrica

A matriz de elasticidade  $[c]$  é anisotrópica e pode ser representado como:

$$[c] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ & & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ & \text{Symmetric} & & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ & & & & c_{55} & c_{56} \\ & & & & & c_{66} \end{bmatrix}$$

Sendo  $c_{i,j}$ , coeficientes dados.

A matriz de tensões relaciona o vetor campo elétrico  $\{E\}$  com o vetor das tensões  $\{T\}$ :

$$[e] = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \\ e_{41} & e_{42} & e_{43} \\ e_{51} & e_{52} & e_{53} \\ e_{61} & e_{62} & e_{63} \end{bmatrix}$$

A matriz de deformação  $[d]$  pode ser colocada, mas o ANSYS pode converter automaticamente com a equação:

$$[e] = [c][d]$$

A matriz dielétrica usa a permissividade elétrica (no ANSYS como PERX, PERY e PERZ) e também na forma:

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix}$$

Temos que

$$\begin{Bmatrix} \{T\} \\ \{D\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [c] & [e] \\ [e]^T & -[\epsilon] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{S\} \\ -\{E\} \end{Bmatrix}$$

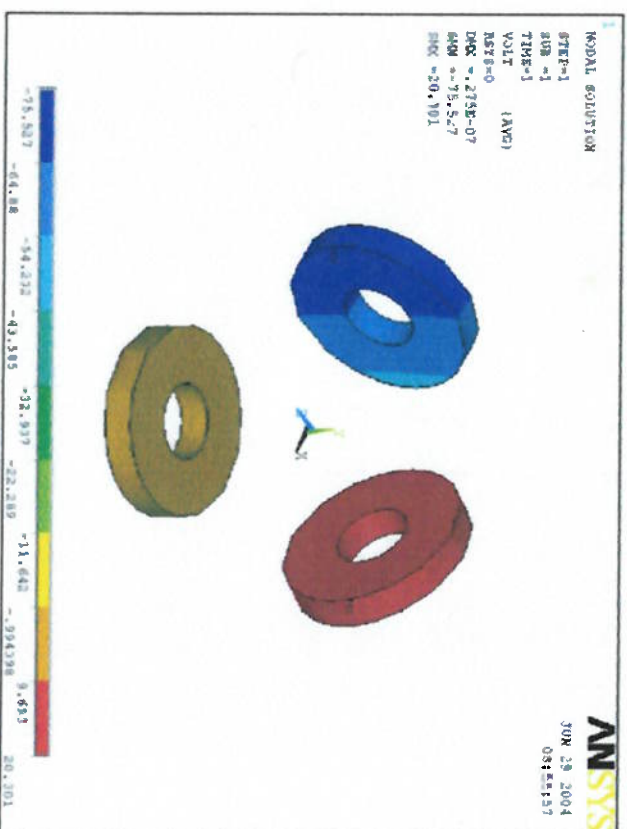
fica

$$\begin{bmatrix} T_{xx} \\ T_{yy} \\ T_{zz} \\ T_{yz} \\ T_{xz} \\ T_{xy} \\ D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{31} \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & -\epsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_{11}^S & 0 \\ e_{31} & e_{31} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{yy} \\ S_{zz} \\ S_{yz} \\ S_{xz} \\ S_{xy} \\ -E_x \\ -E_y \\ -E_z \end{bmatrix}.$$

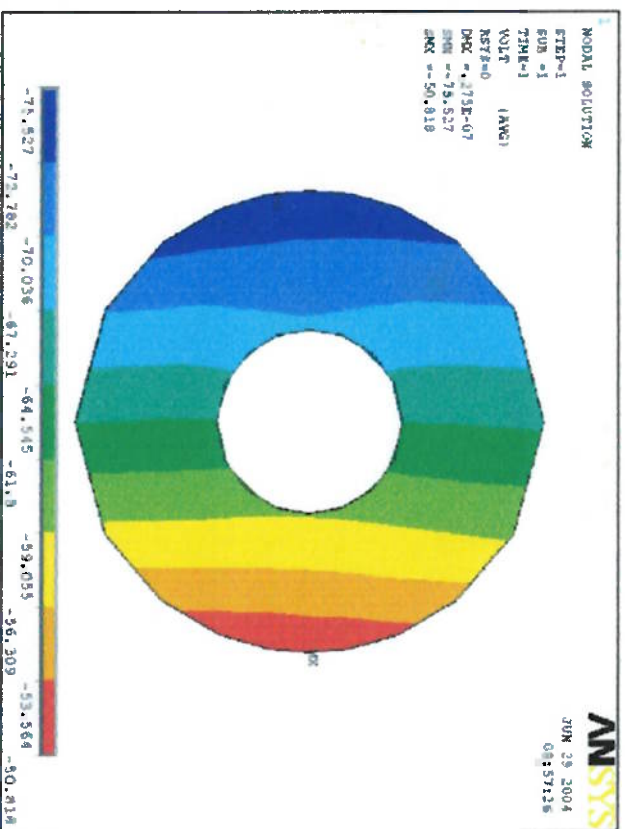
## **ANEXO B - RESULTADOS**

## Resultados das força aplicada na ferramenta no sentido do eixo X

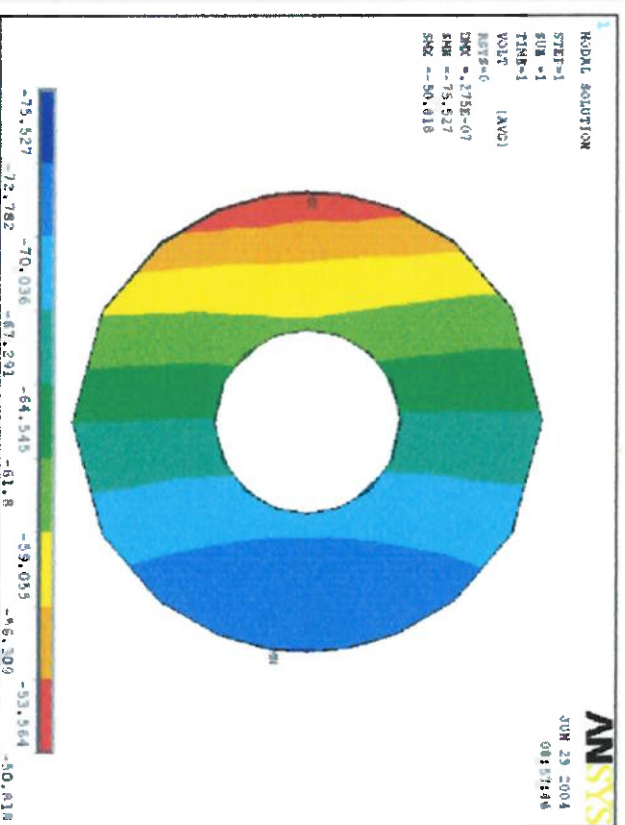
### Resultados da força aplicada de 10 N

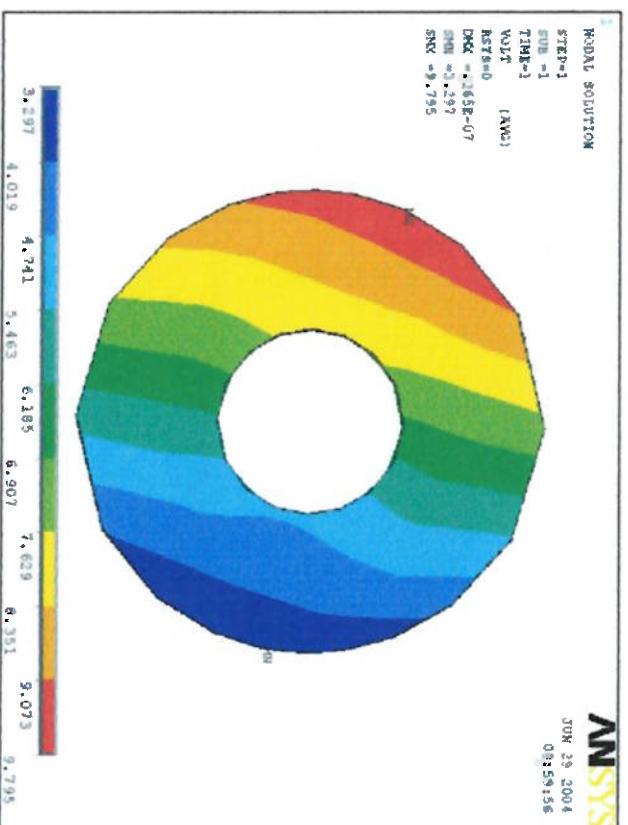


Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 10 N

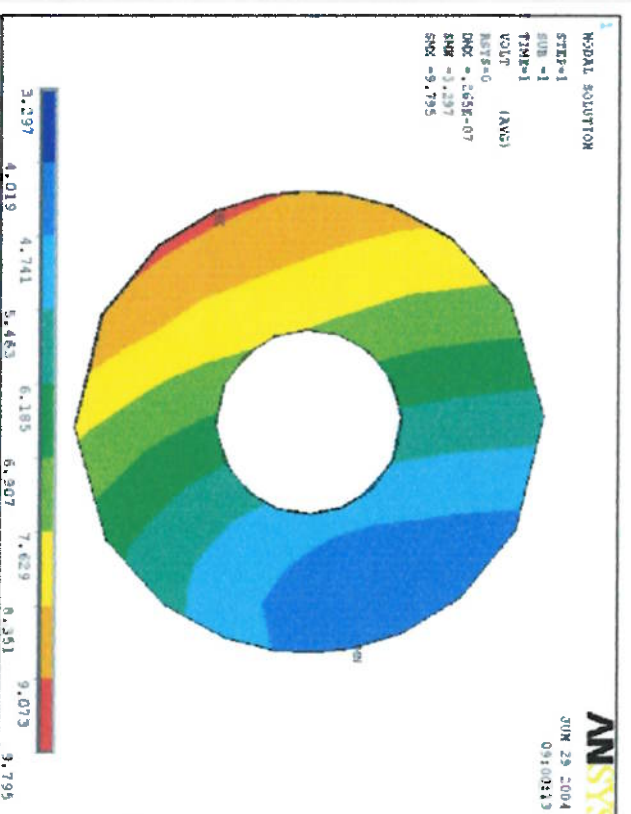


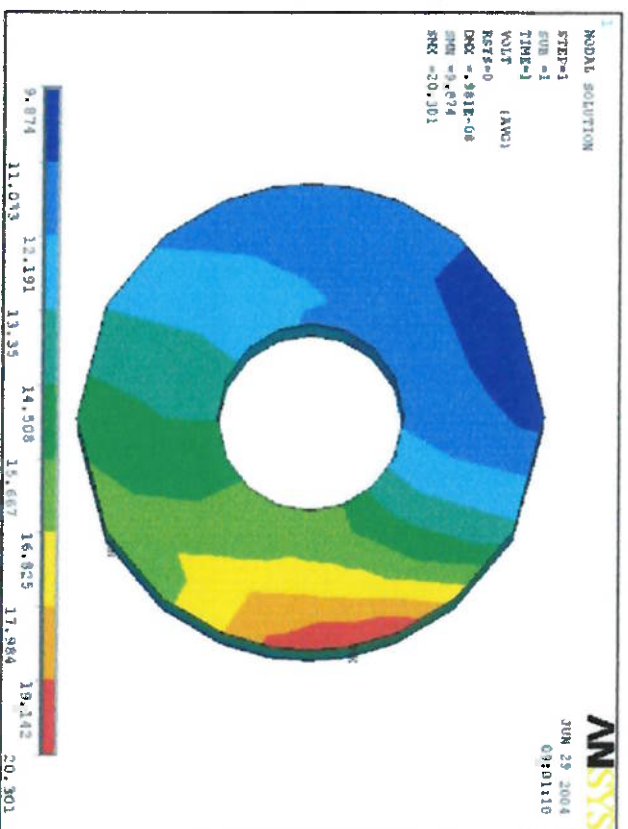
Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)



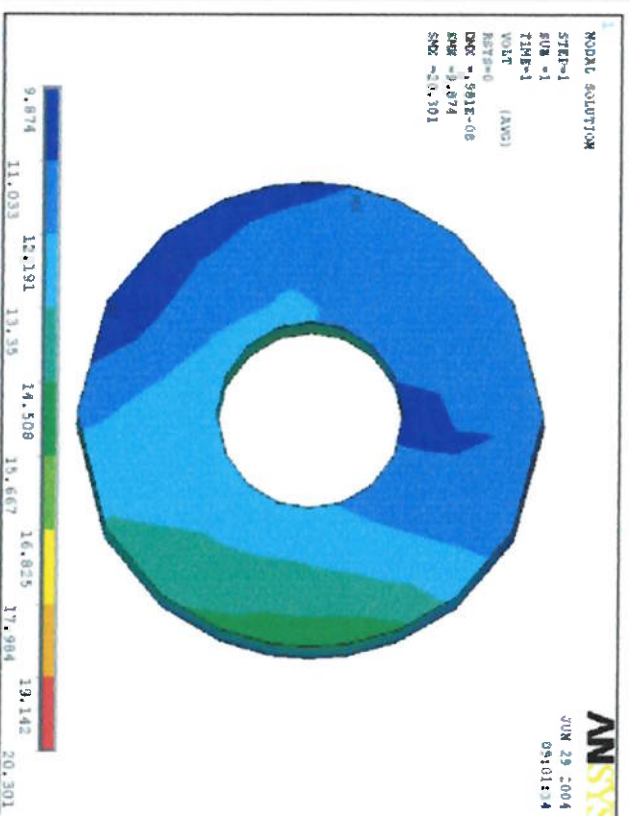


Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)

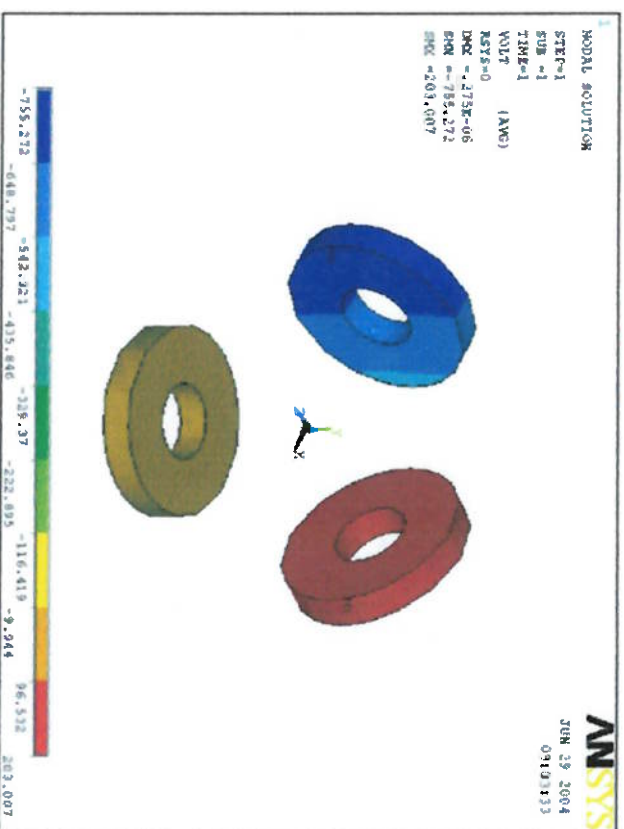




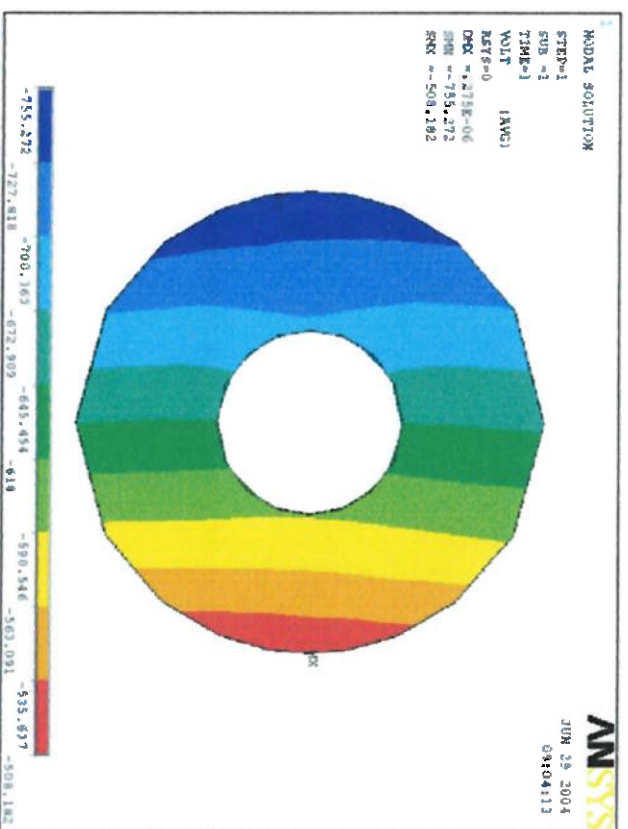
Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)



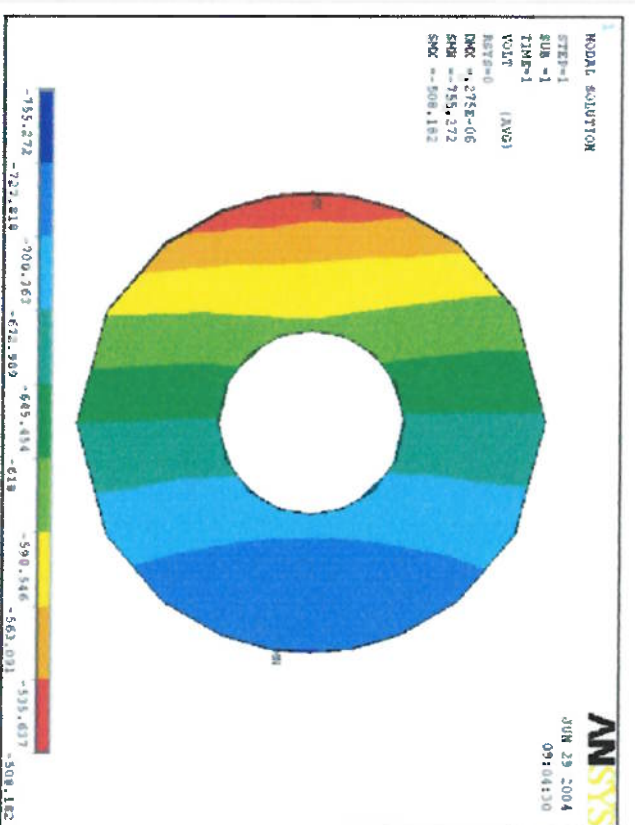
## Resultados da força aplicada de 100 N

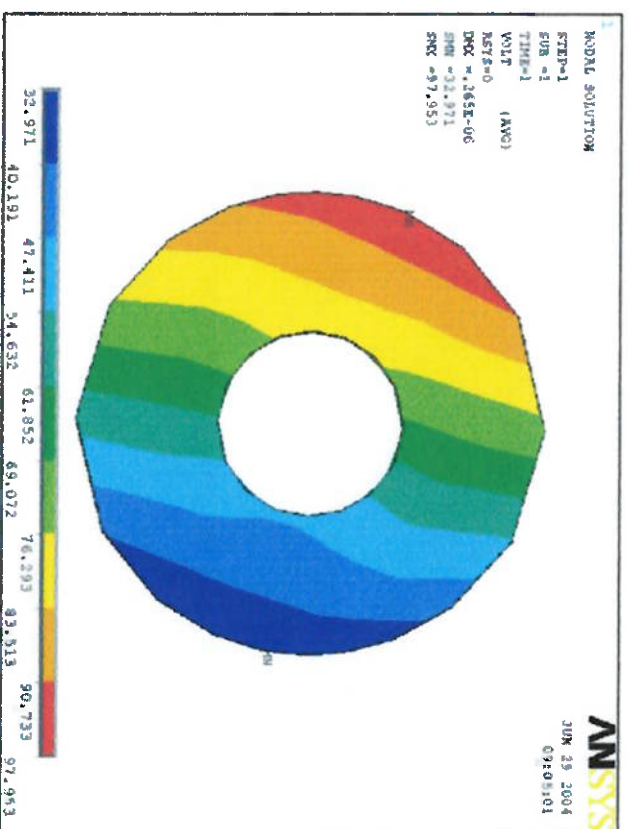


Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 100 N

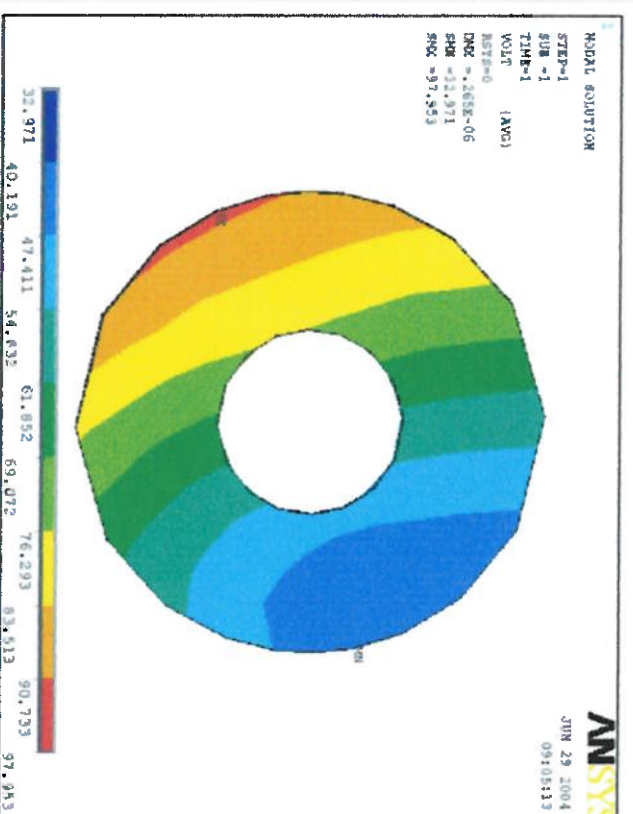


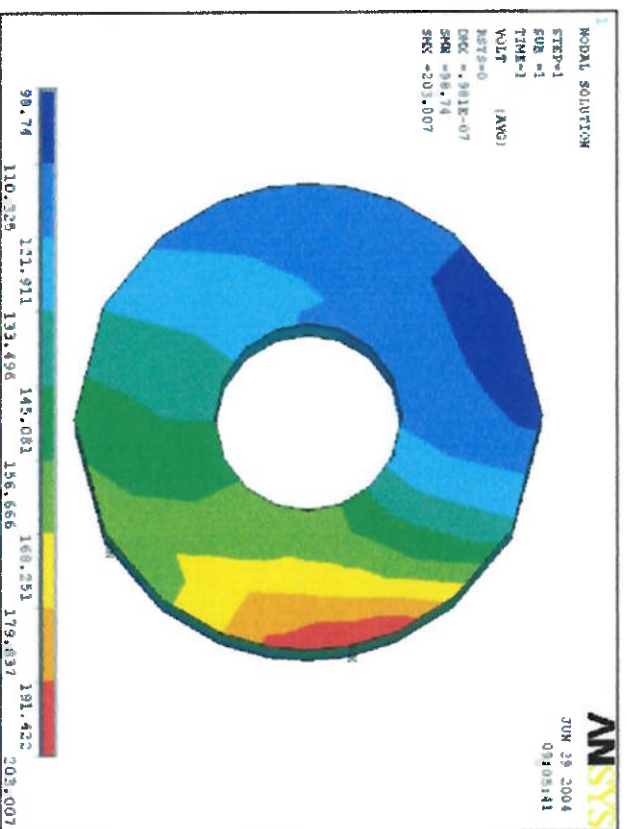
Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)



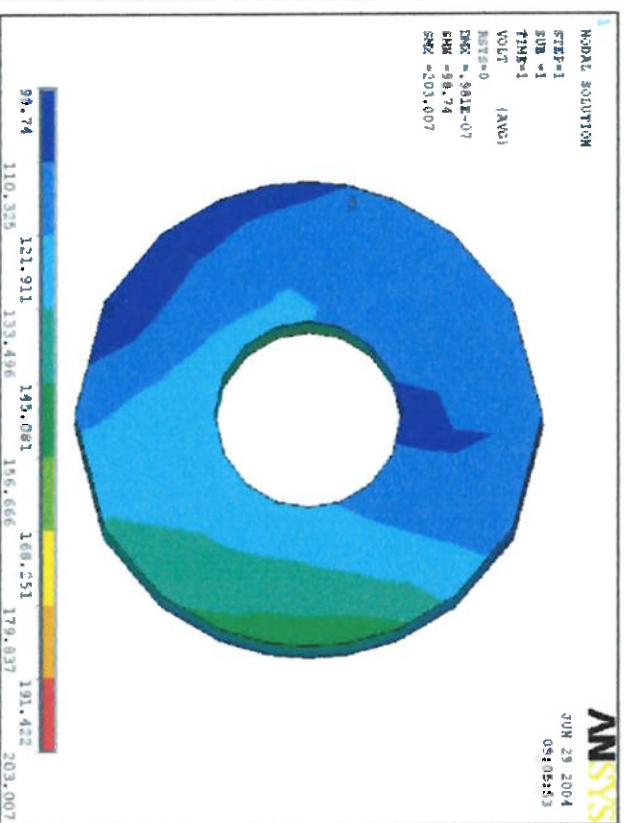


Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)

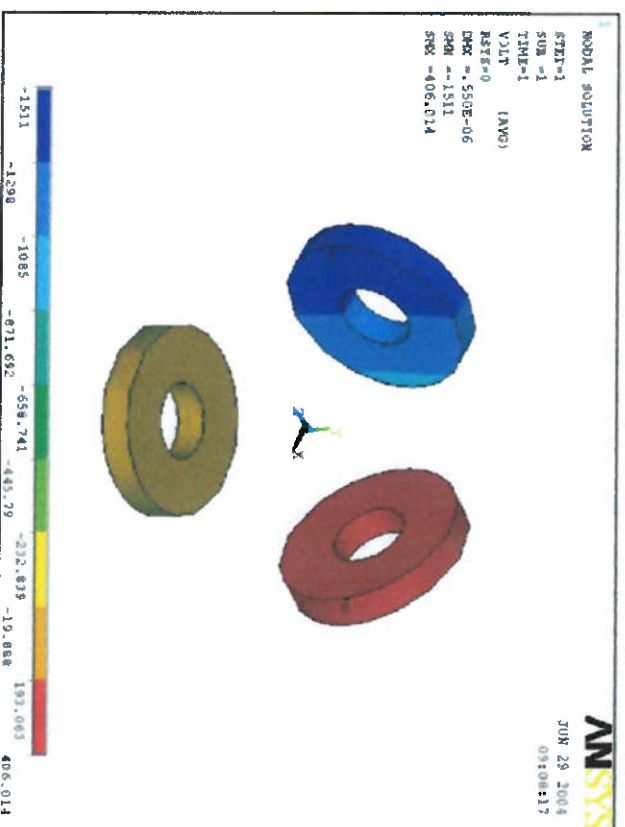




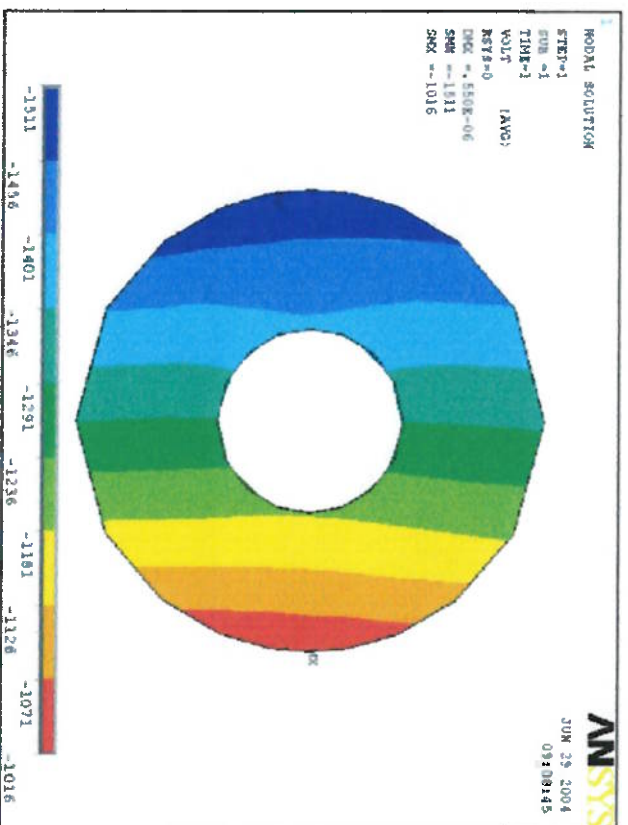
Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)



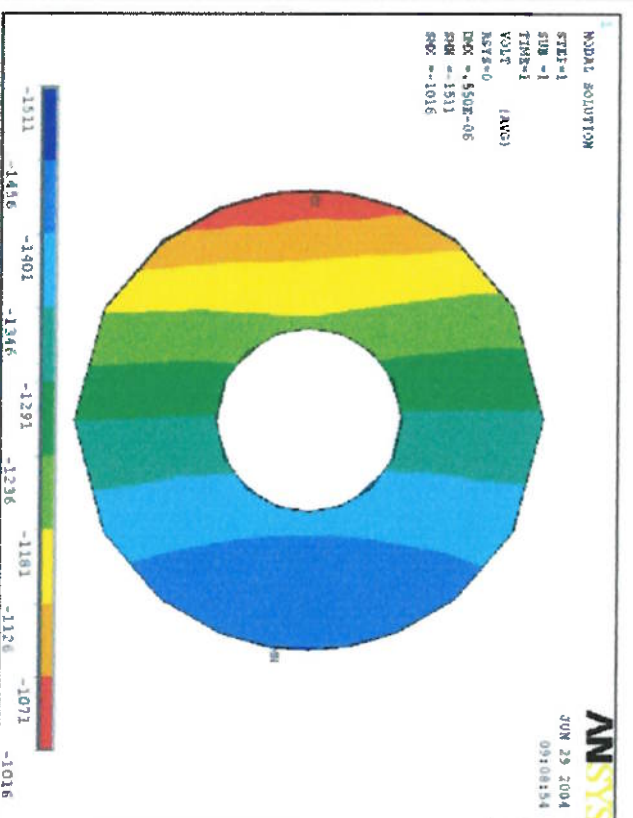
## Resultados da força aplicada de 200 N

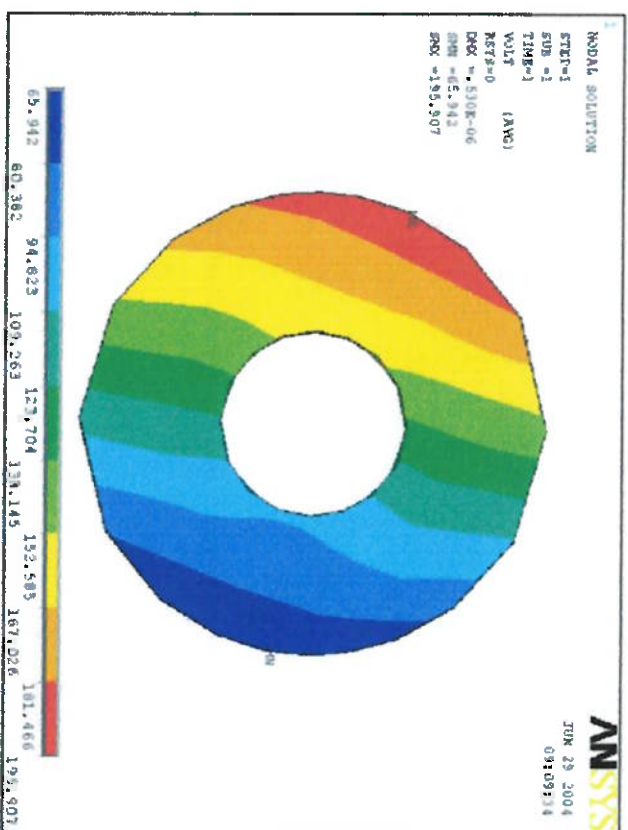


Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 200 N

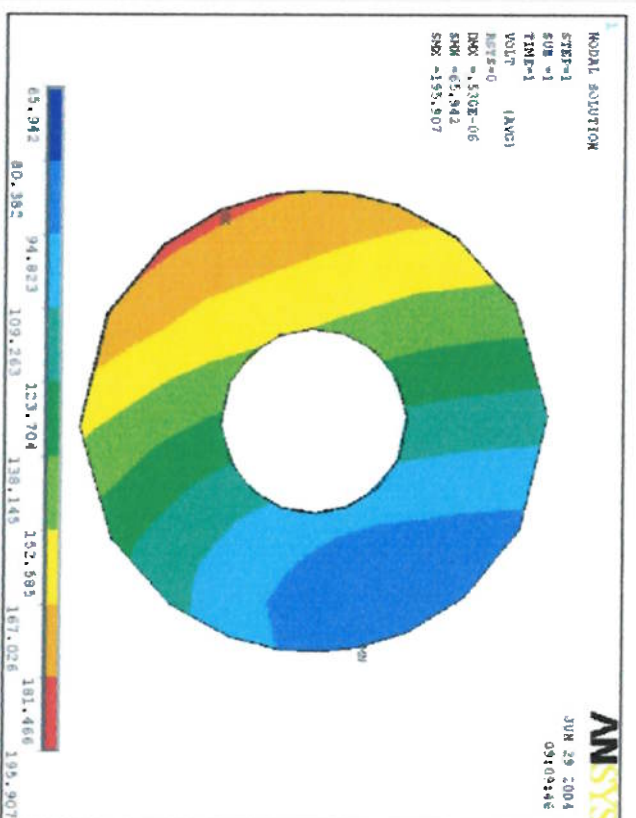


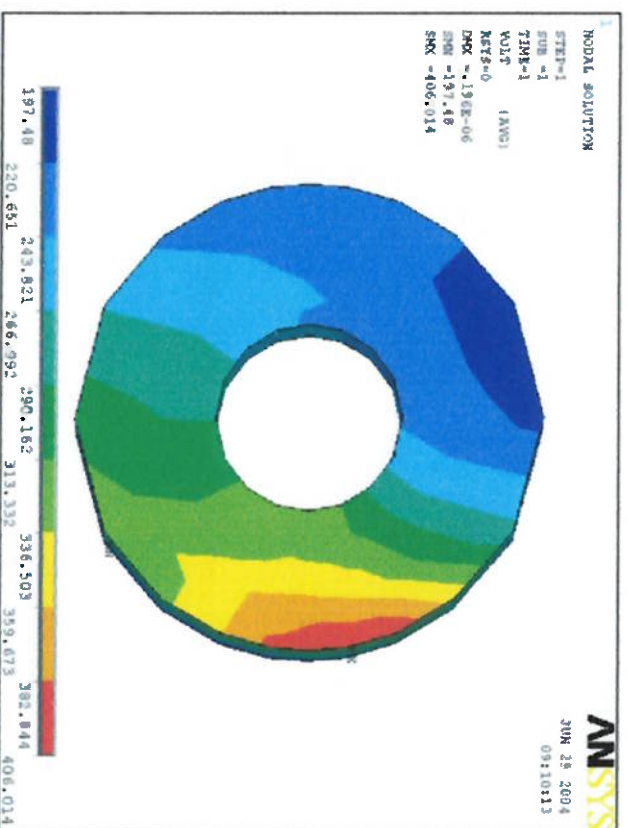
Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)



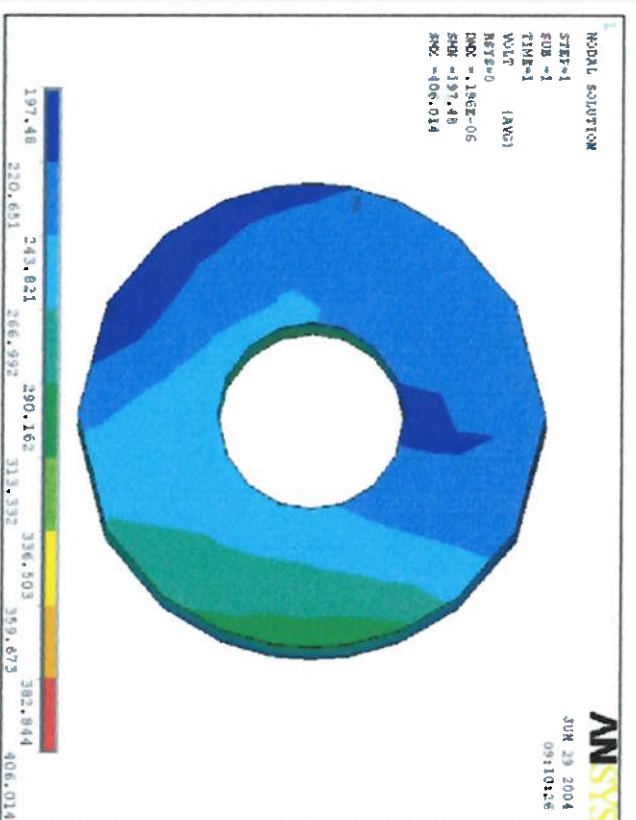


Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)

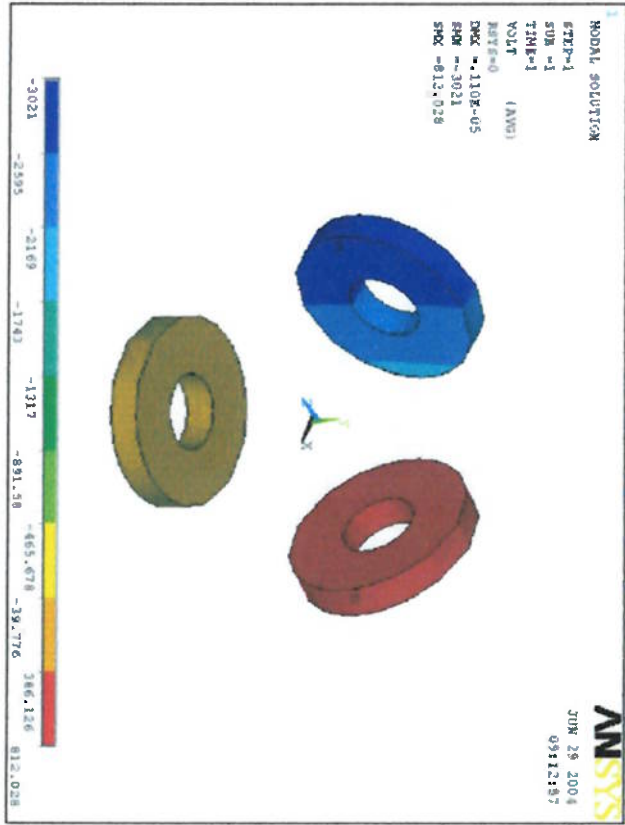




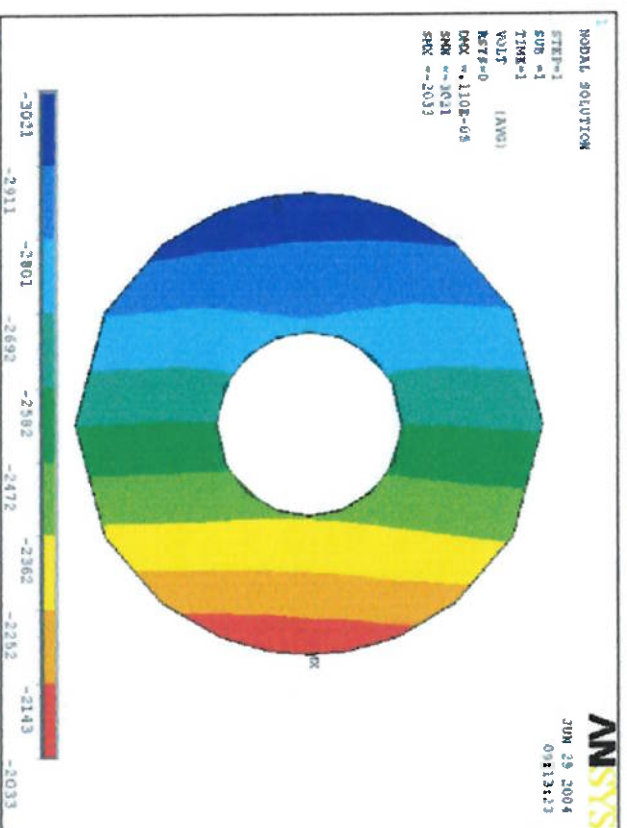
Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)



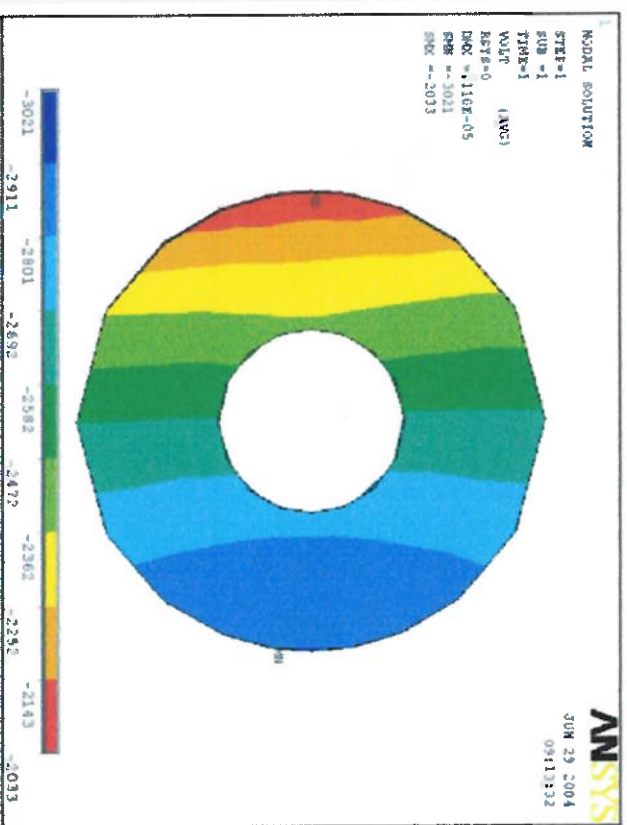
**Resultados da força aplicada de 400 N**

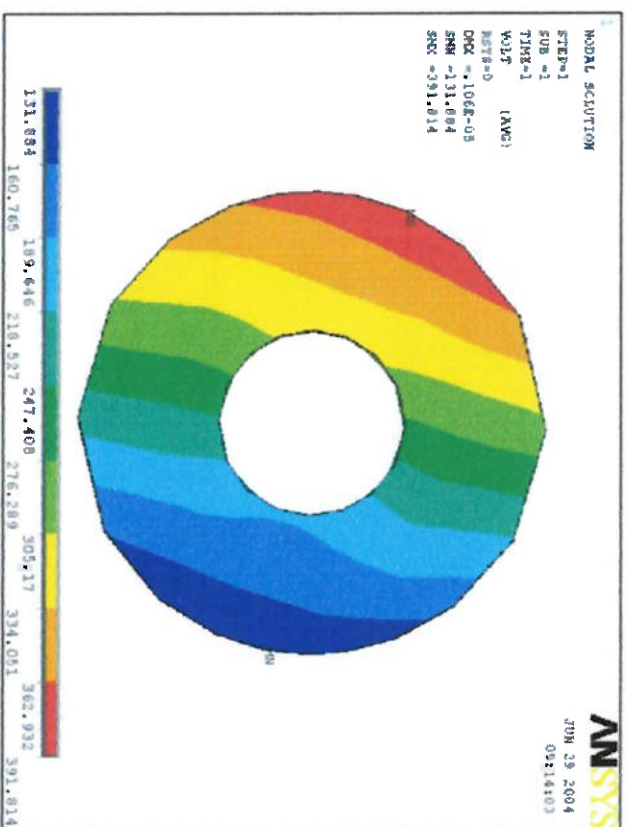


**Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 400 N**

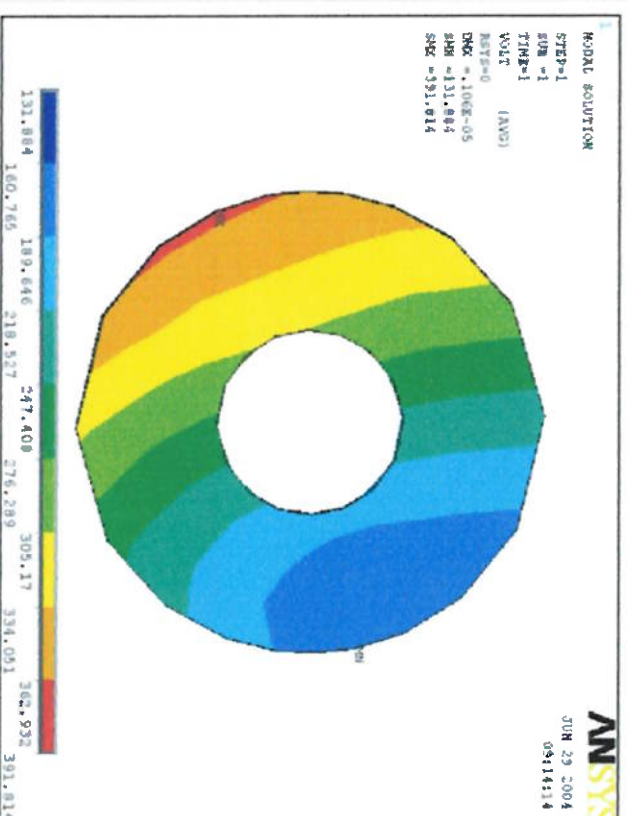


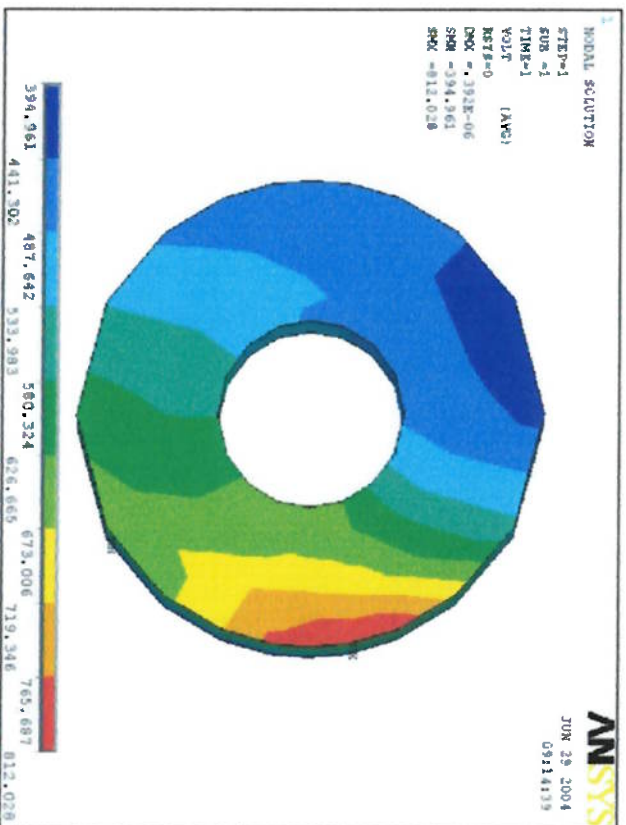
Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)



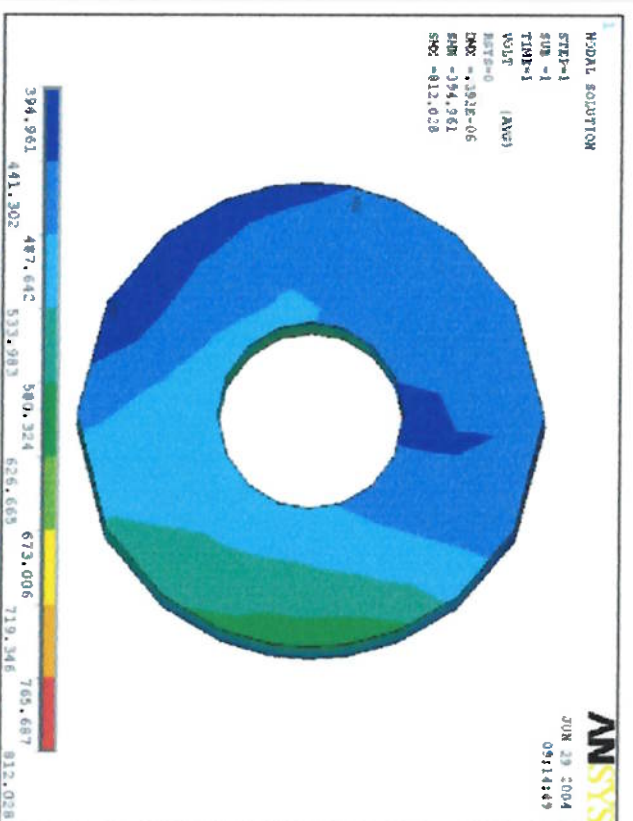


Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)



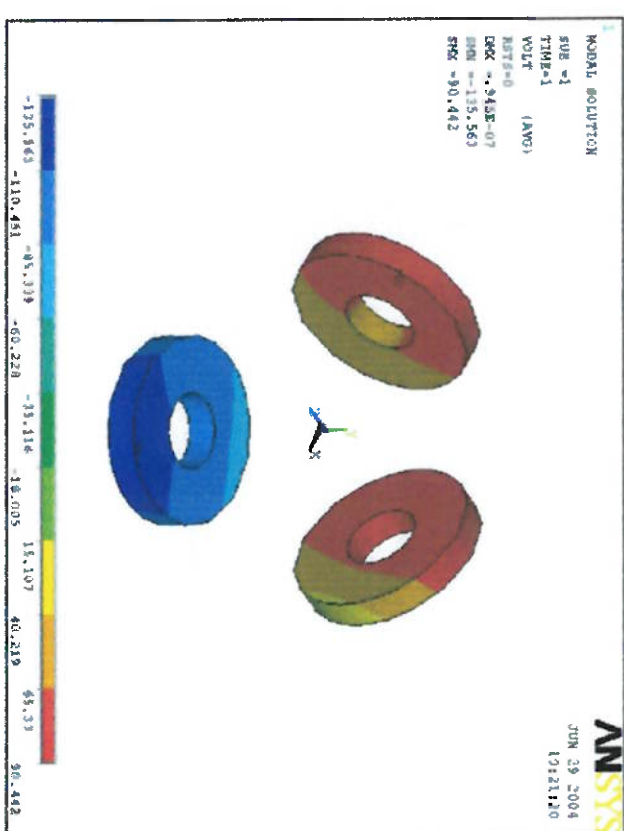


Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)

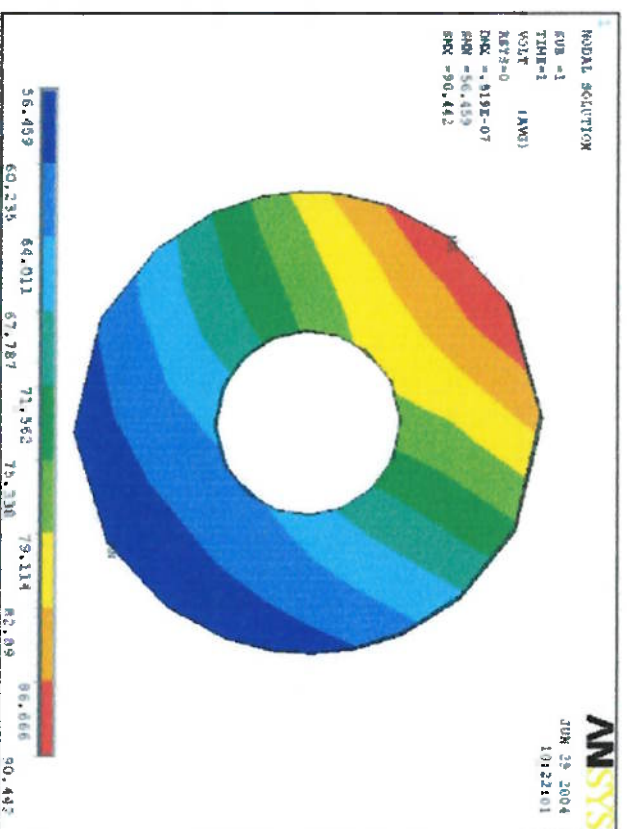


**Resultados das força aplicada na ferramenta no sentido do eixo Y**

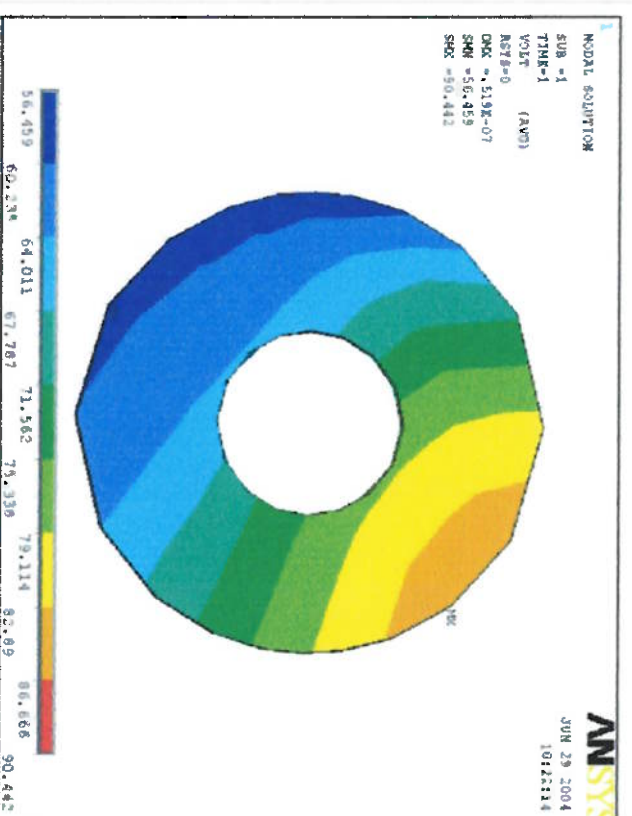
**Resultados da força aplicada de 10 N**

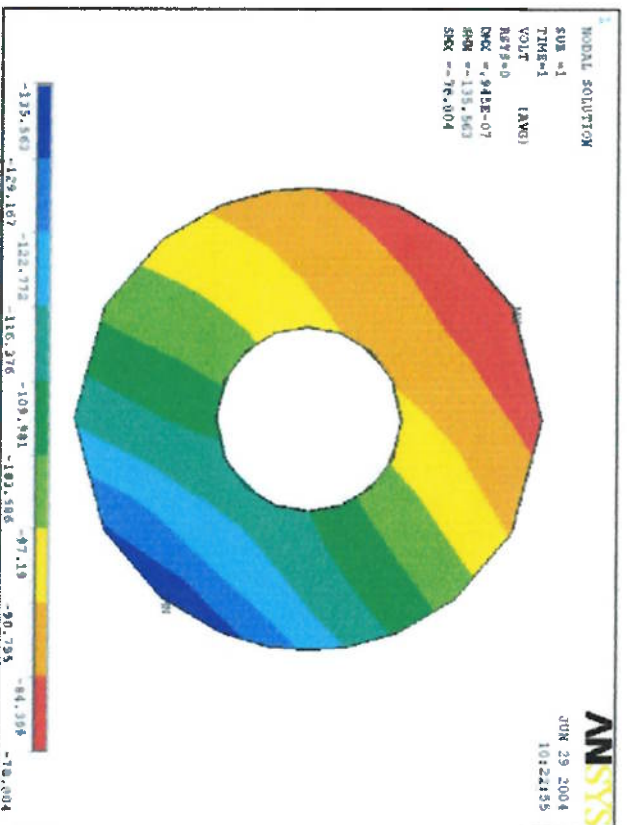


**Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 10 N**

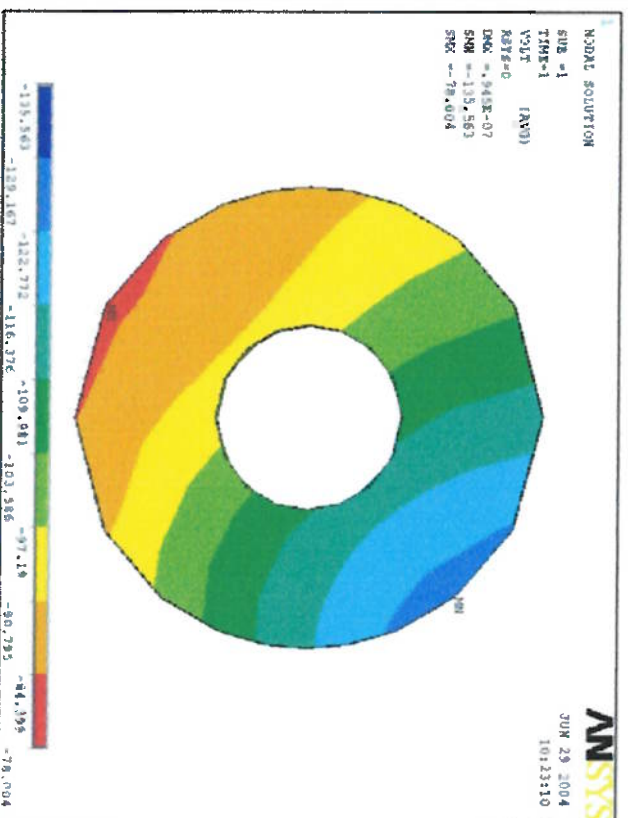


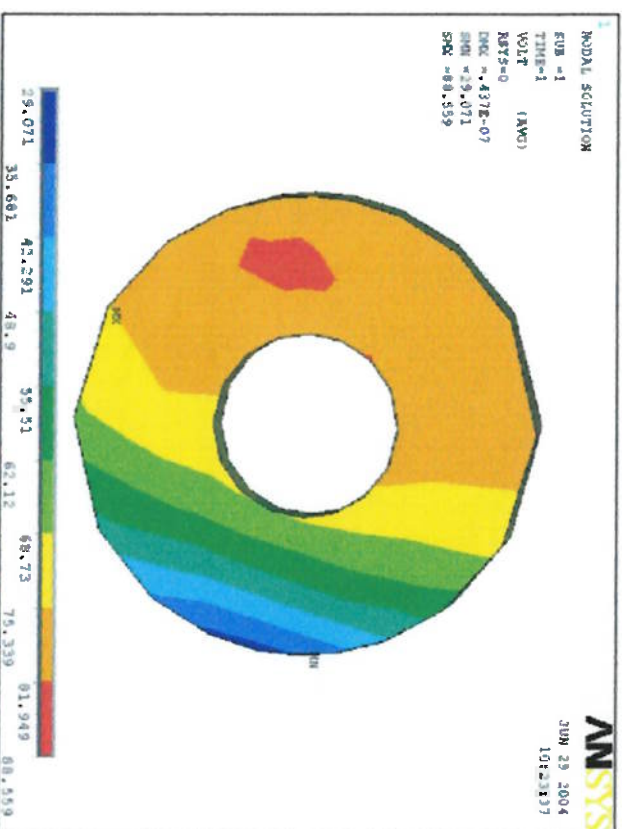
Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)



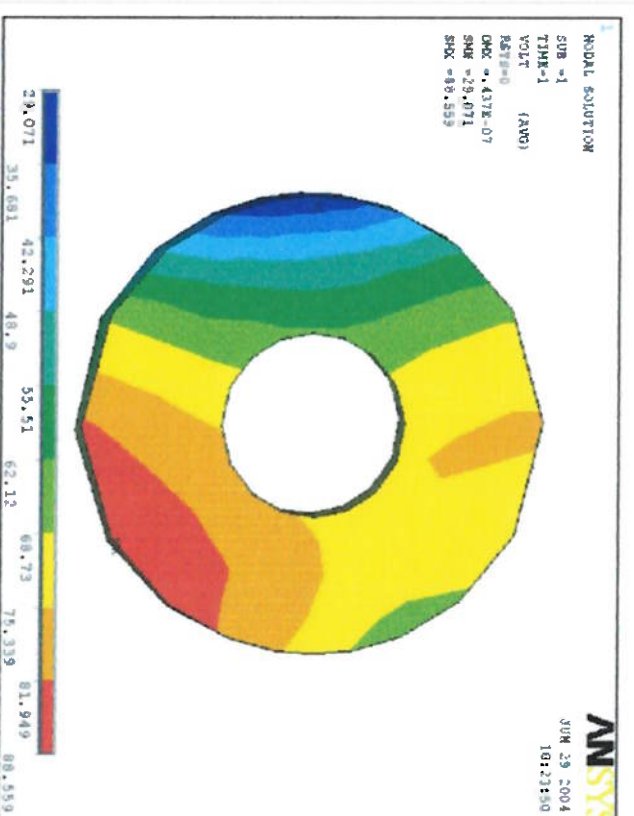


Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)

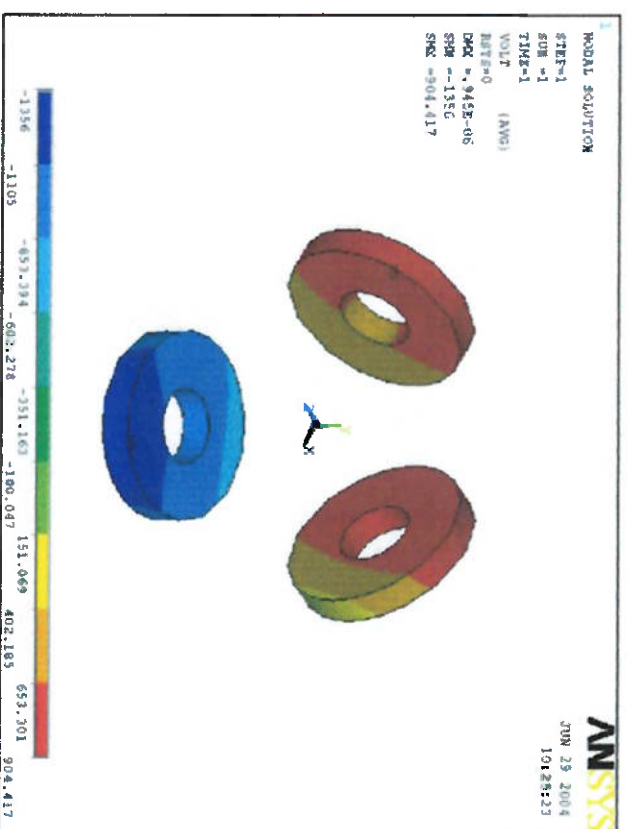




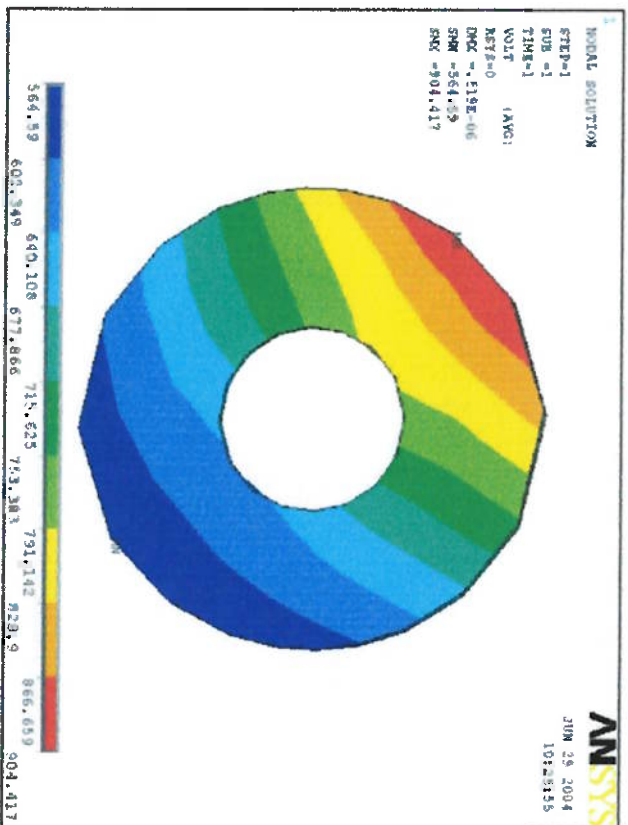
Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)



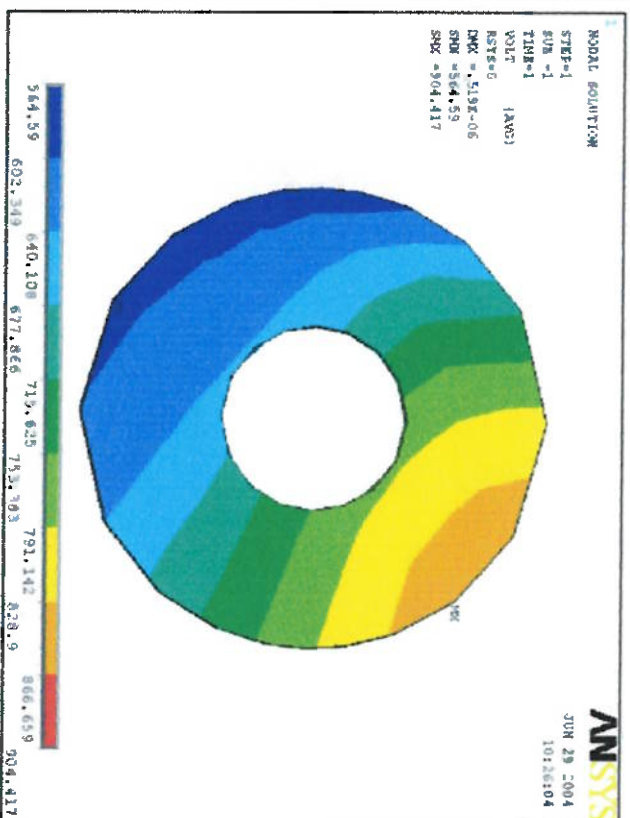
## Resultados da força aplicada de 100 N

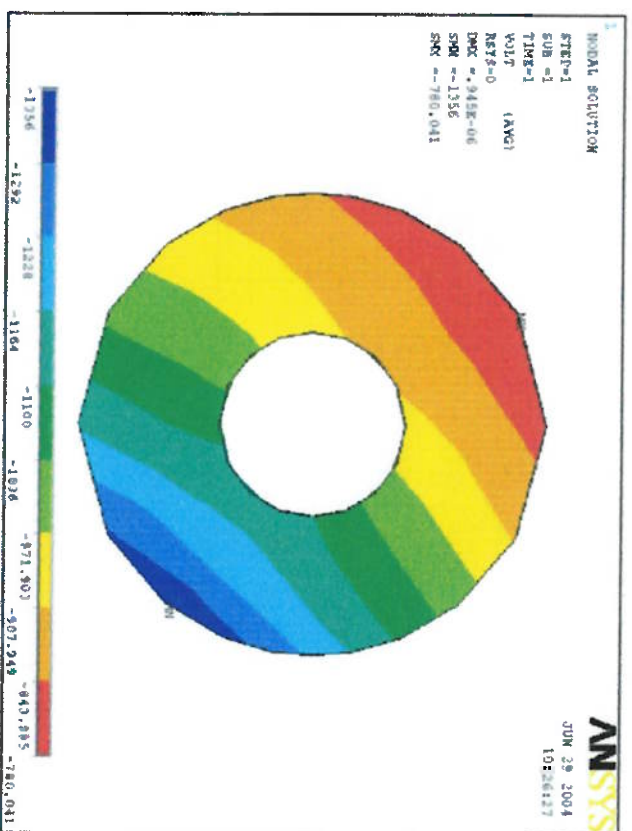


Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 100 N

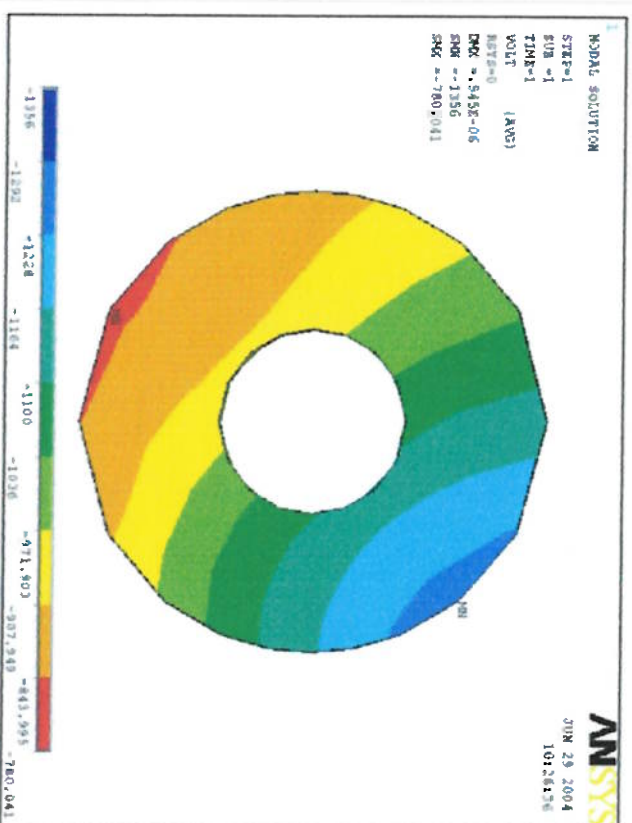


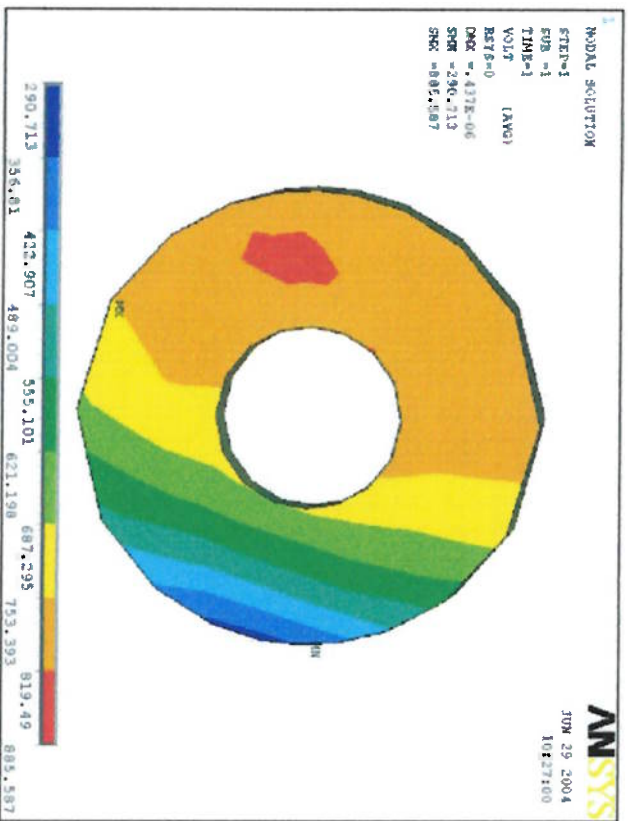
Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)



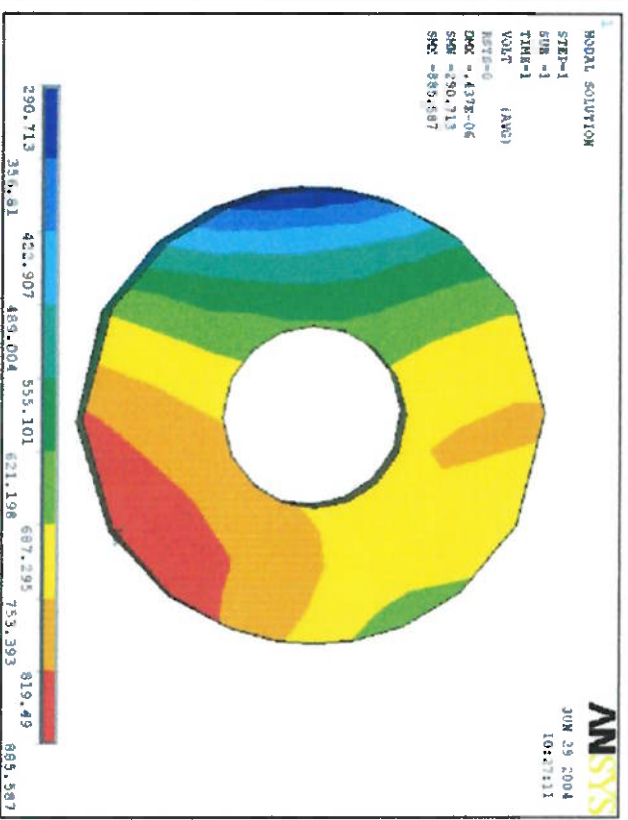


Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)

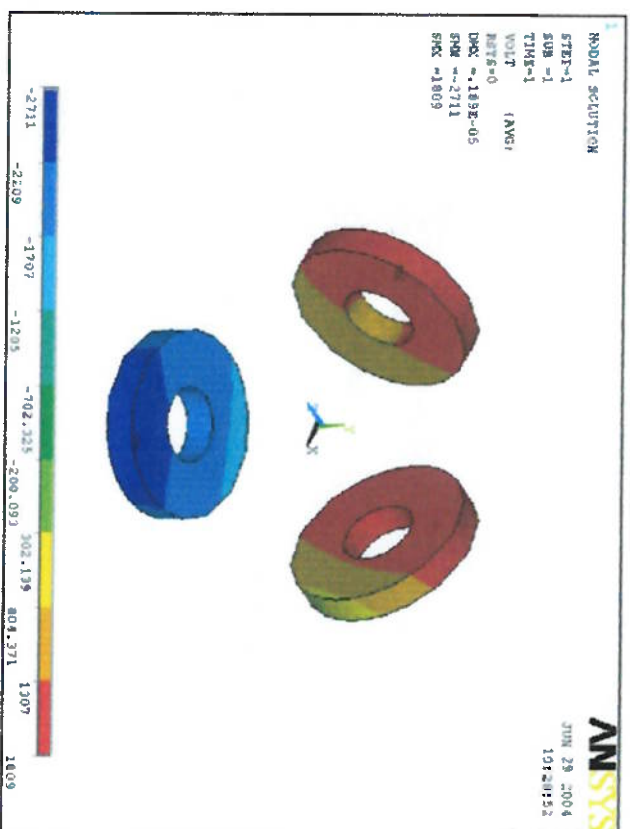




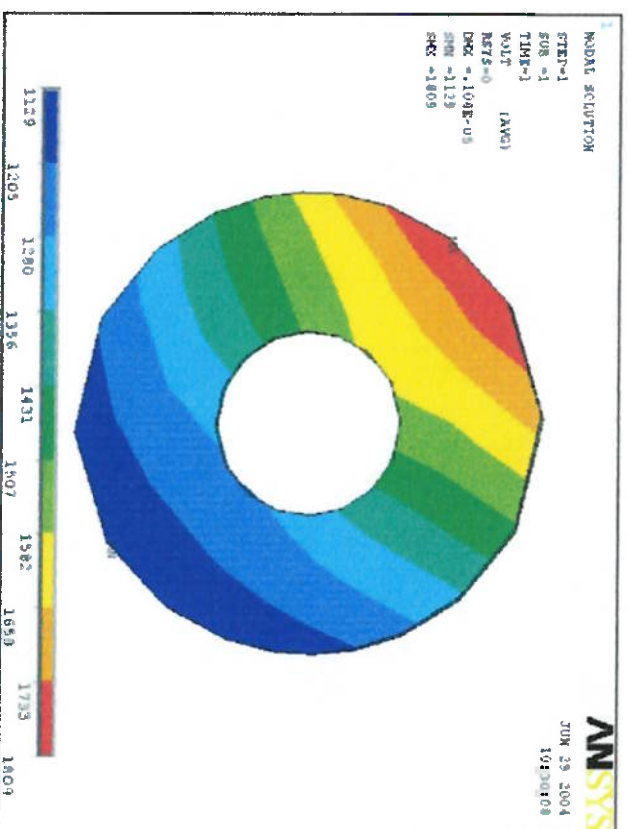
Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)



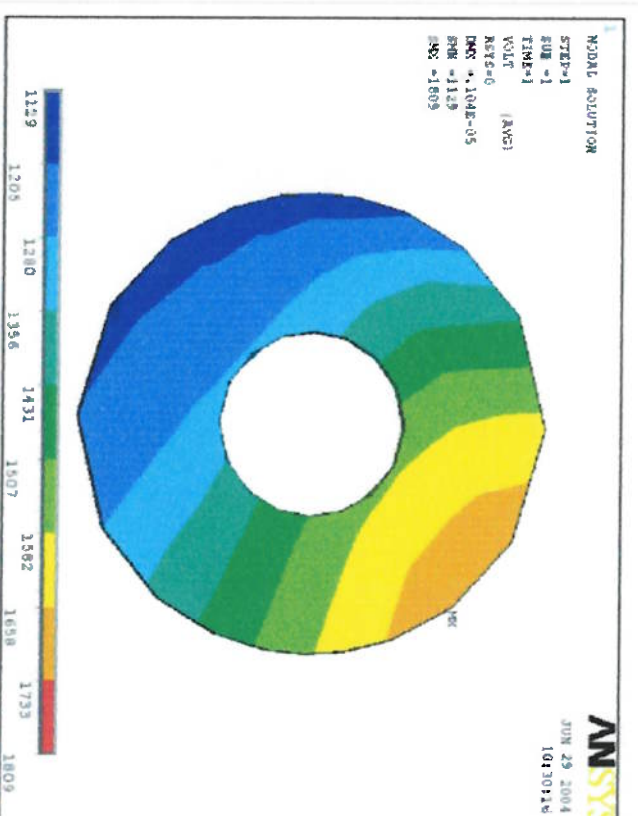
## Resultados da força aplicada de 200 N

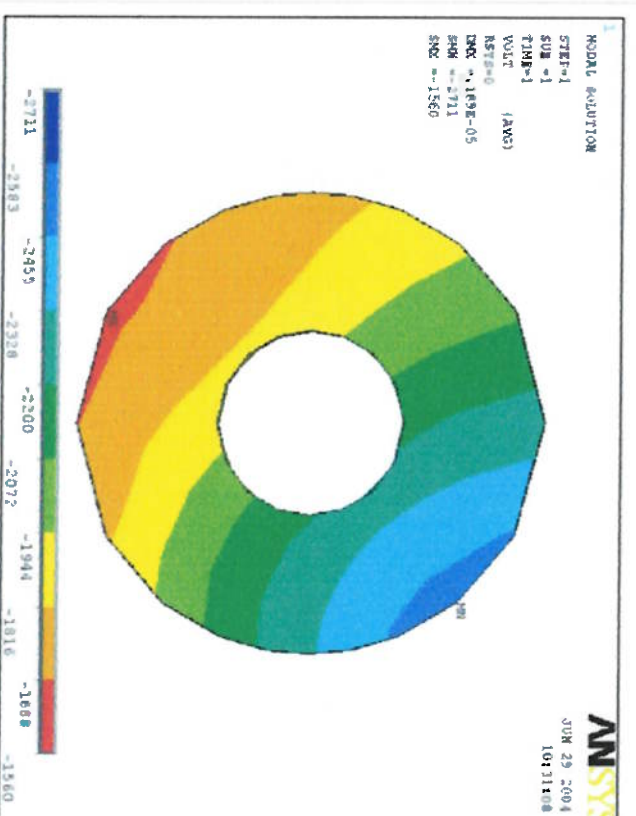
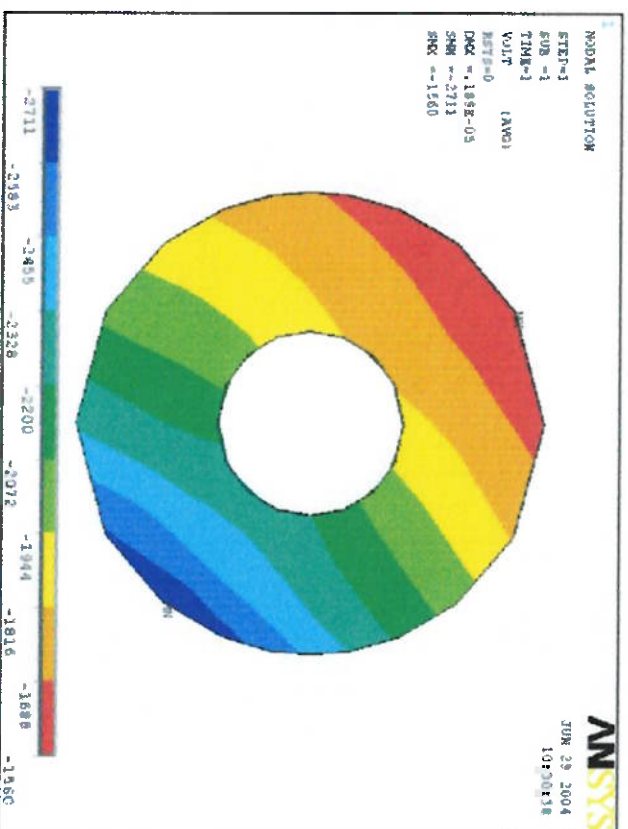


Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 200 N

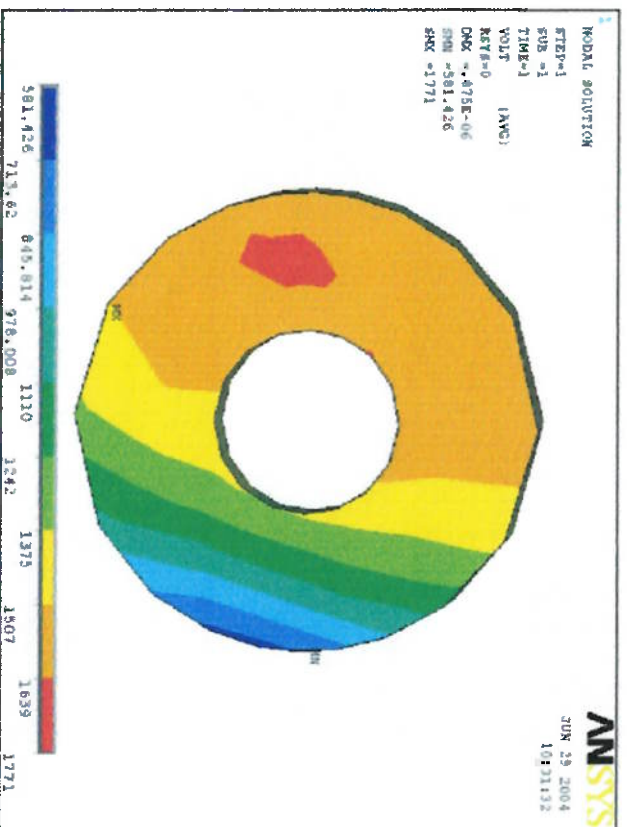


Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)

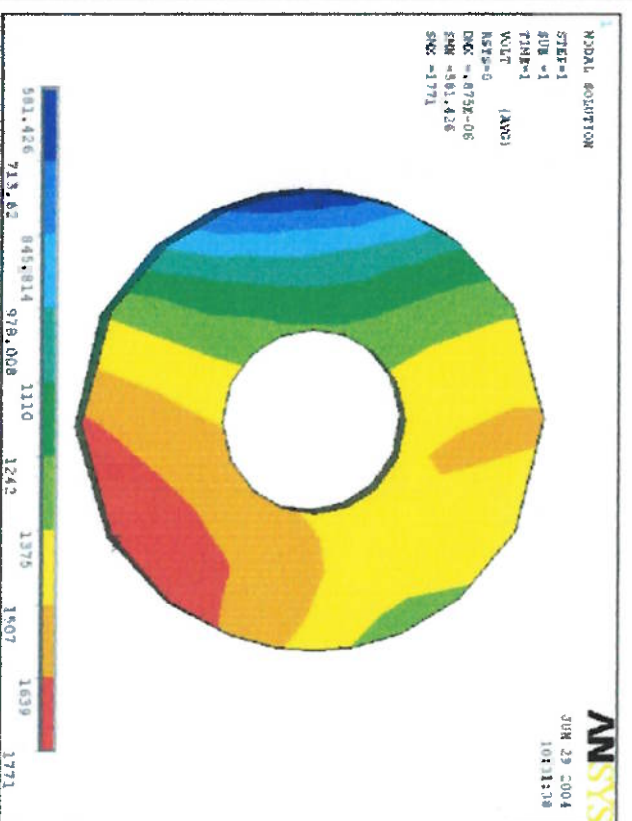




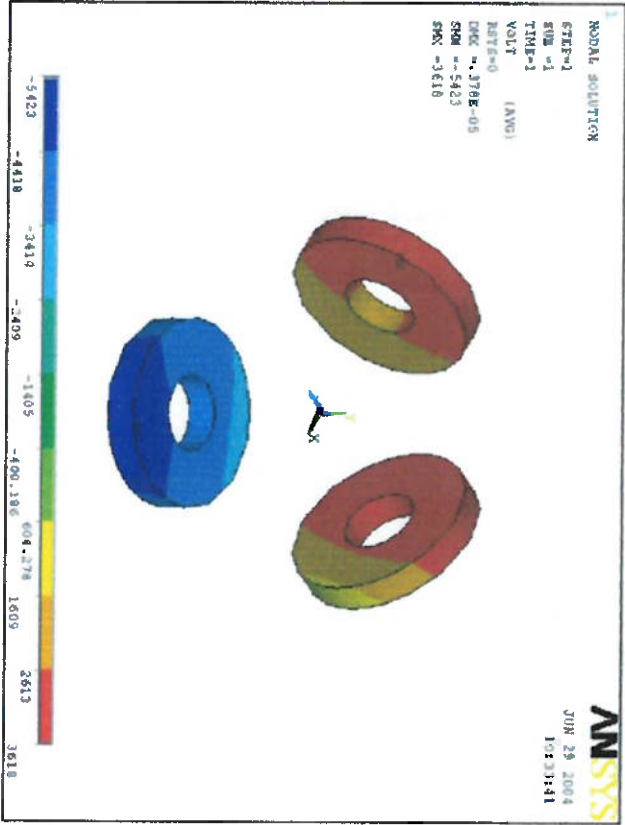
Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)



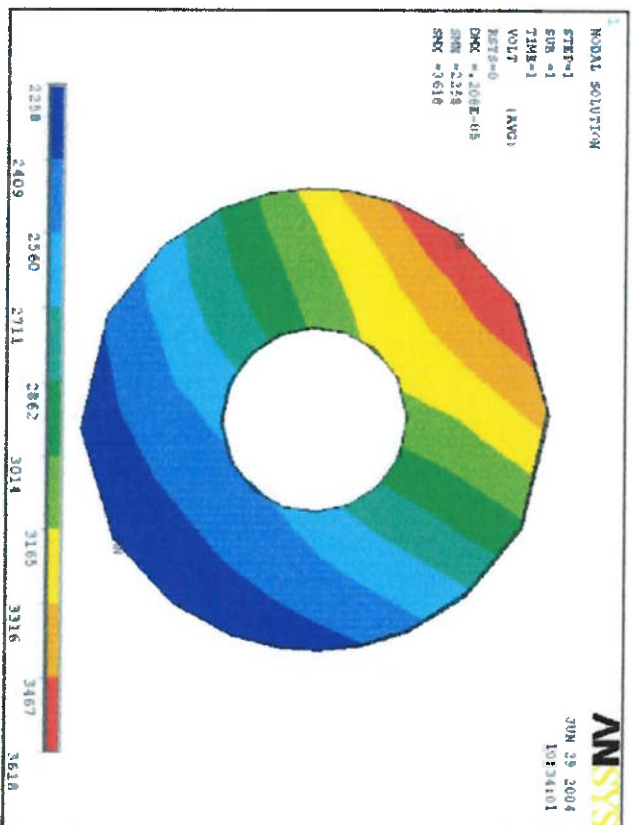
Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)



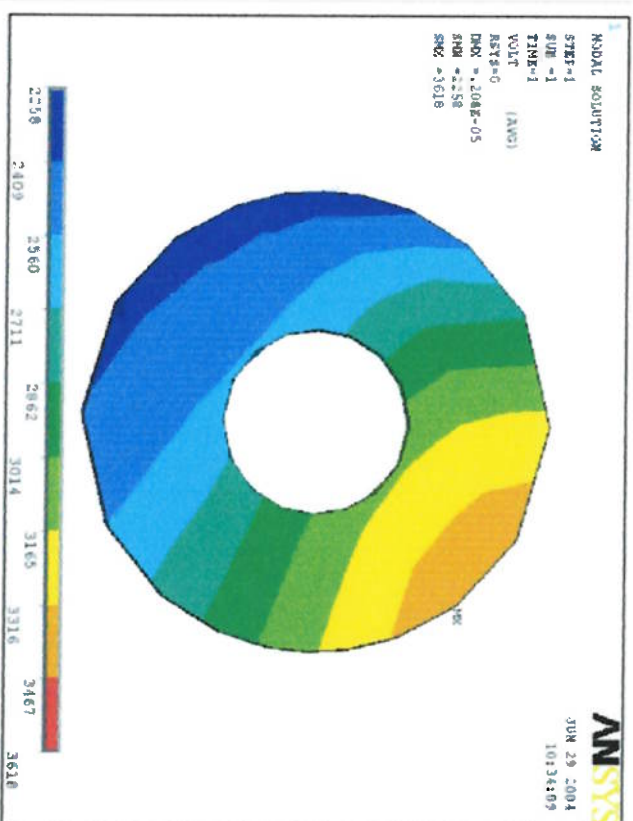
**Resultados da força aplicada de 400 N**

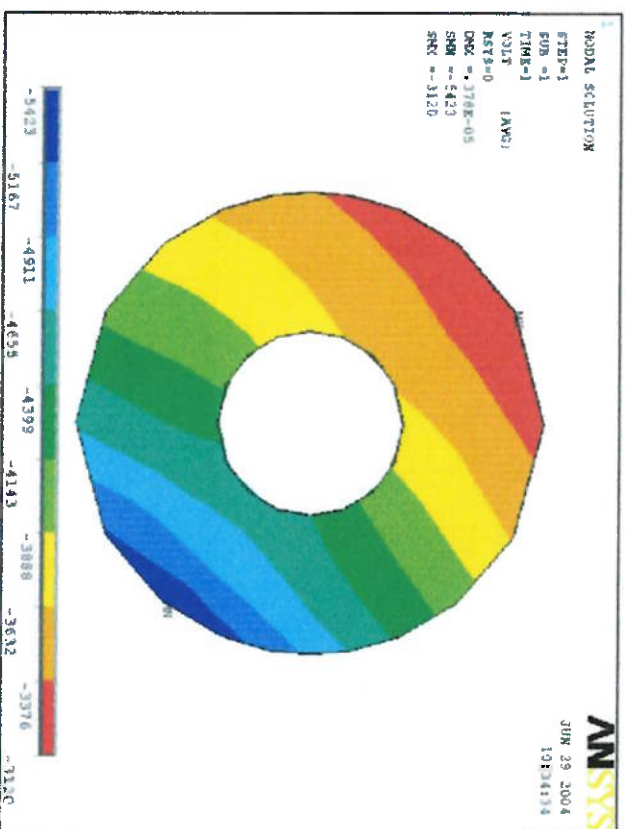


Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 400 N

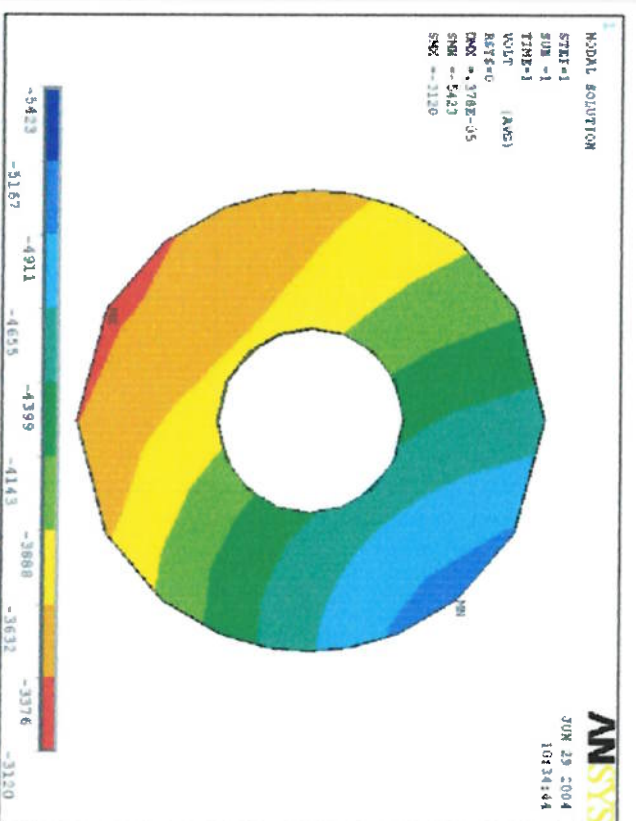


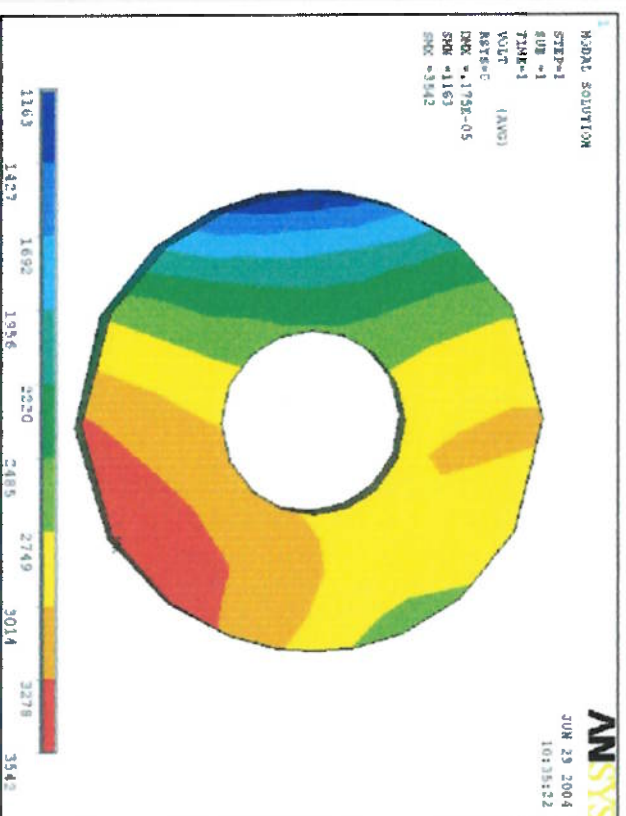
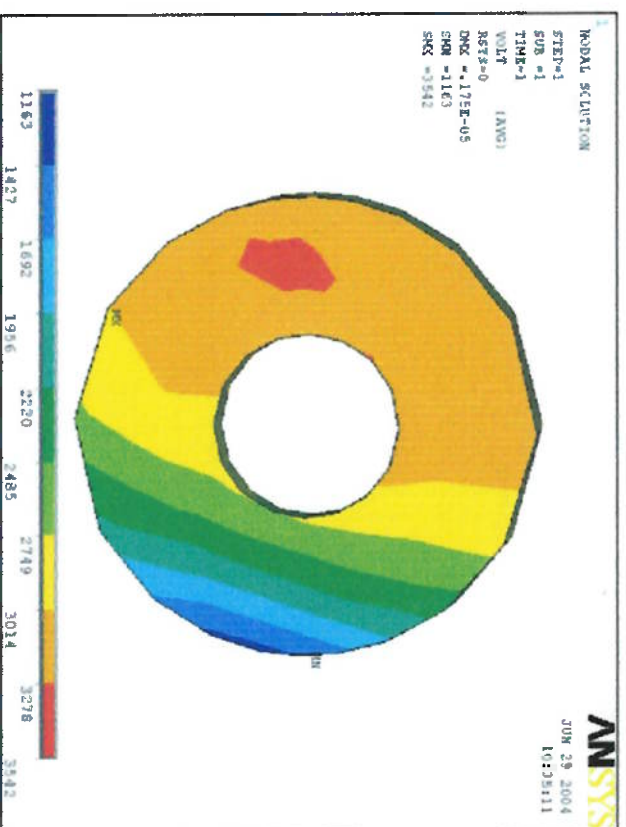
Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)





Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)

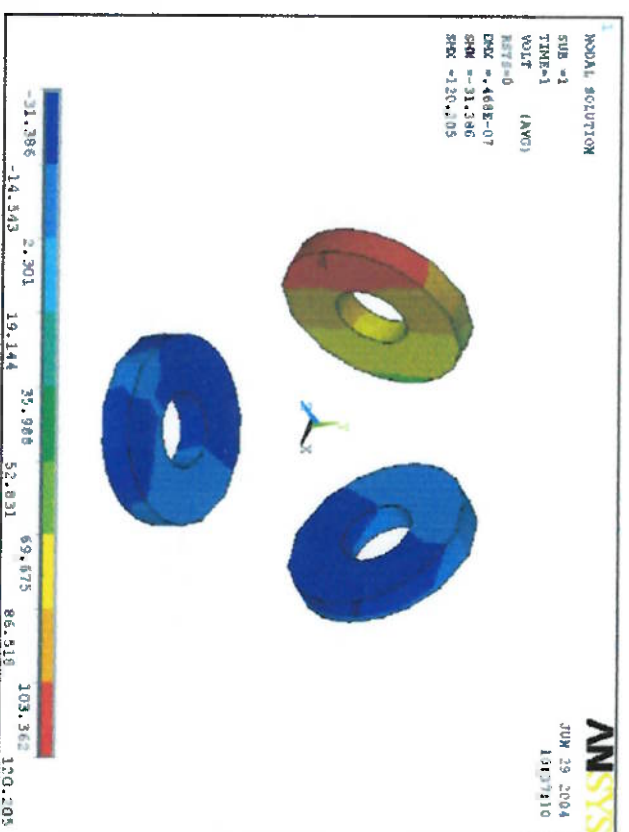




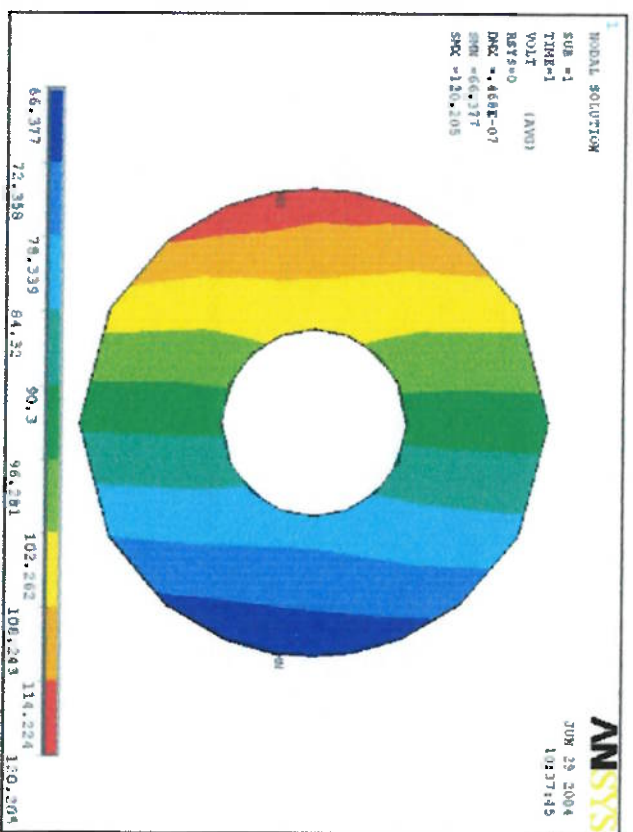
Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)

## Resultados das força aplicada na ferramenta no sentido do eixo Z

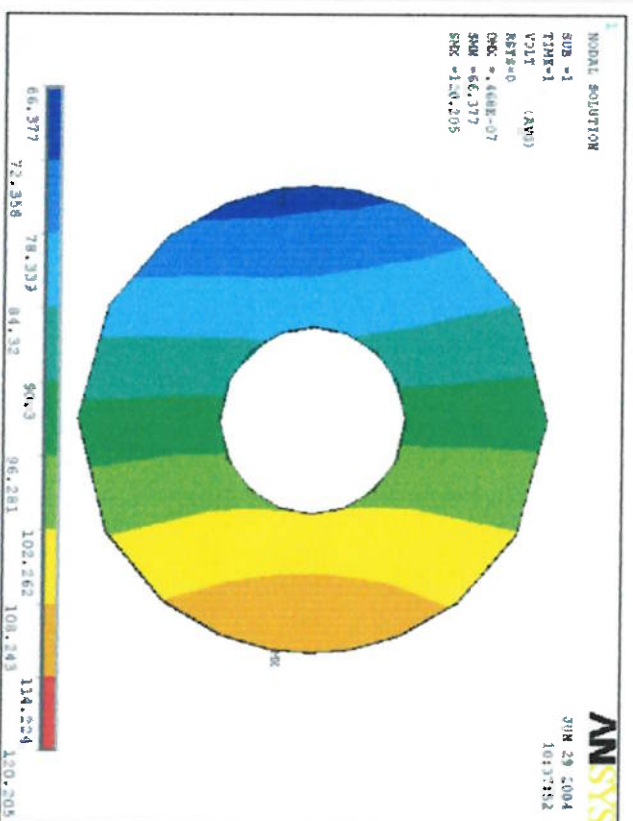
### Resultados da força aplicada de 10 N

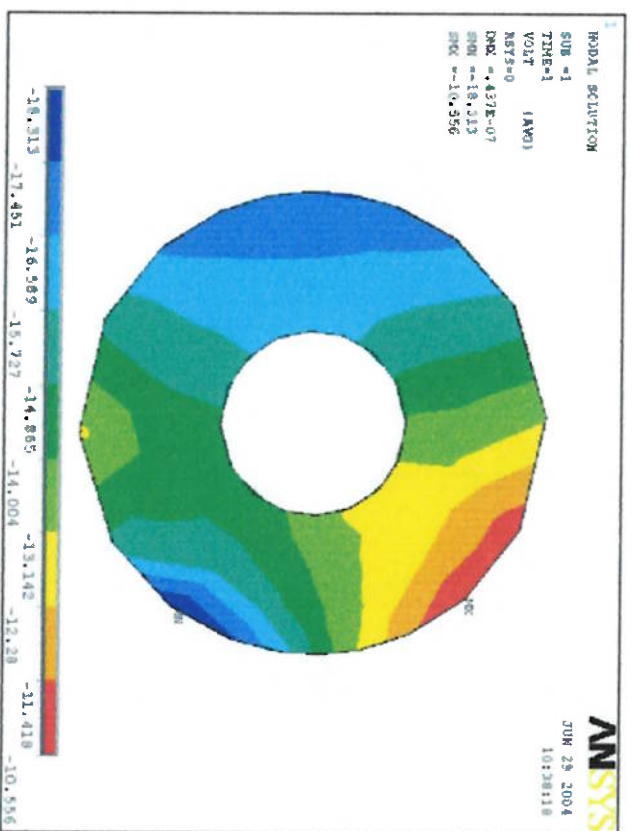


Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 10 N

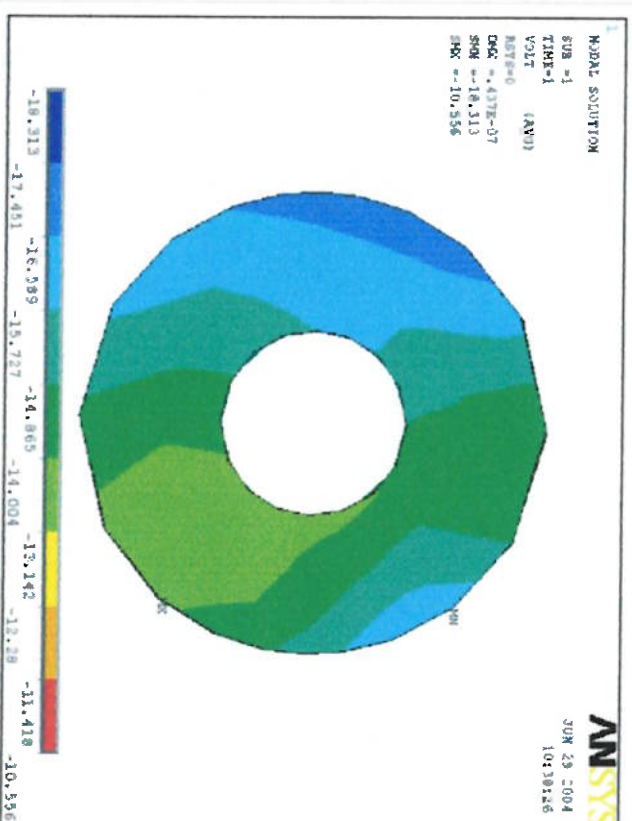


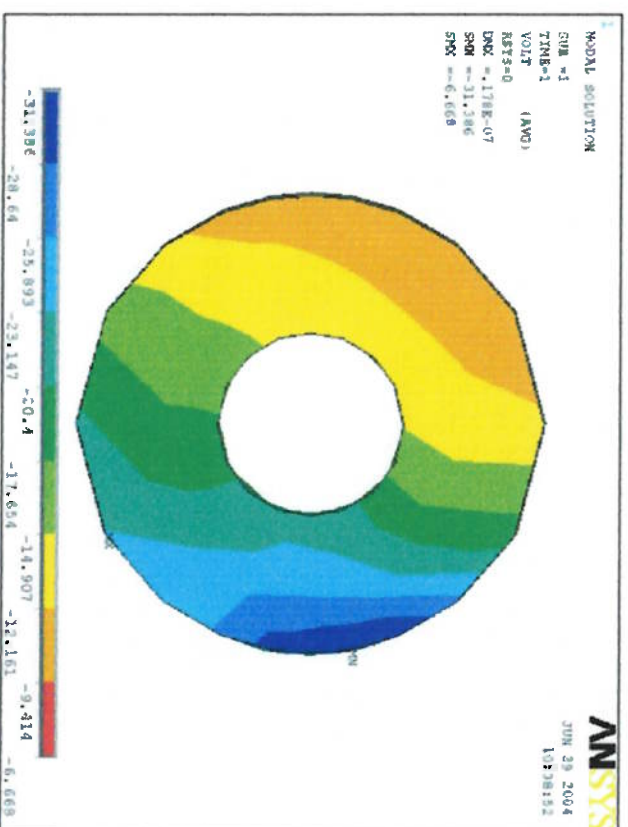
Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)



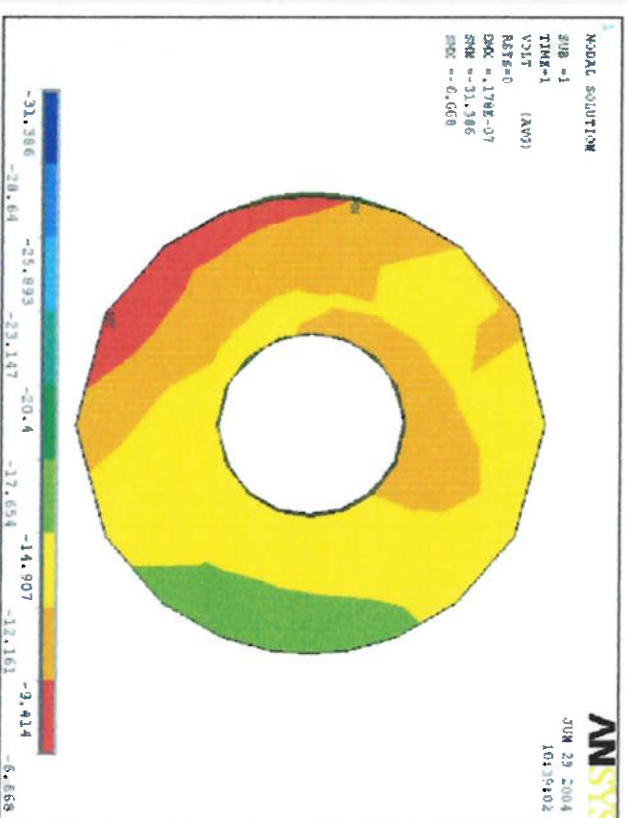


Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)

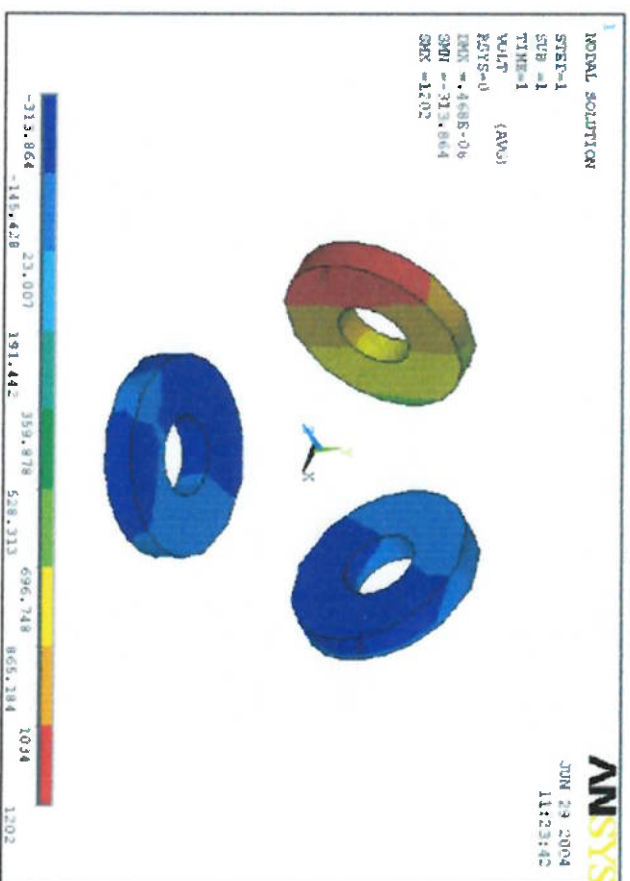




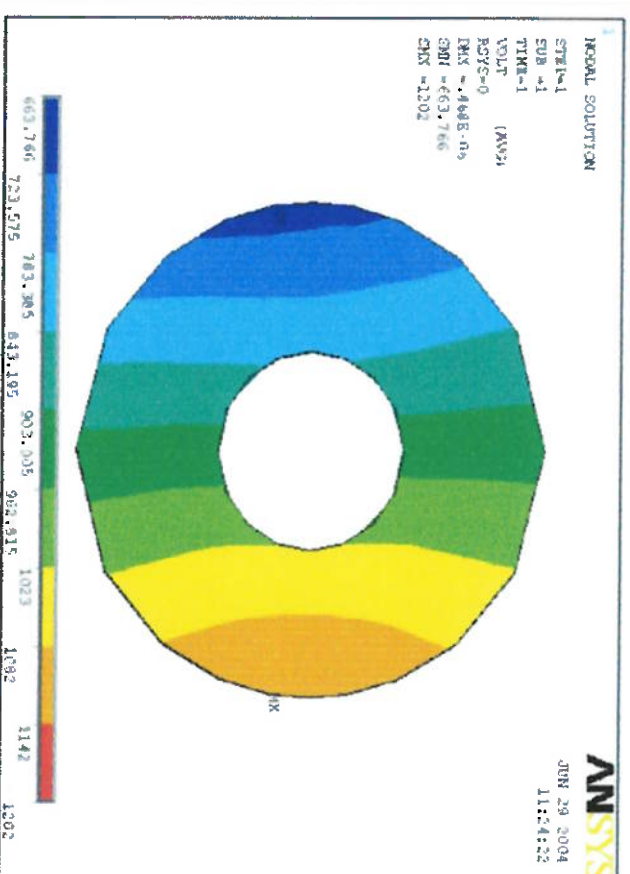
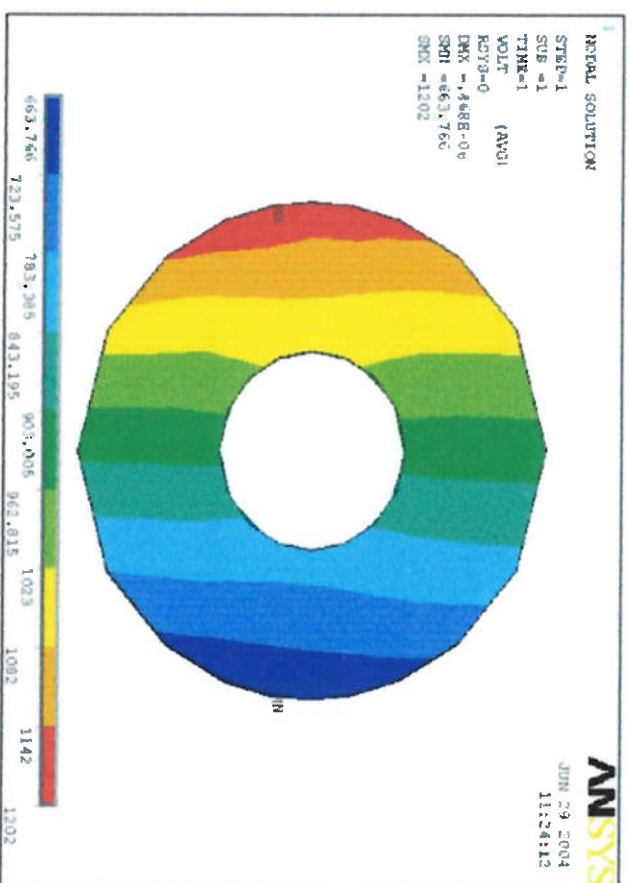
Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)



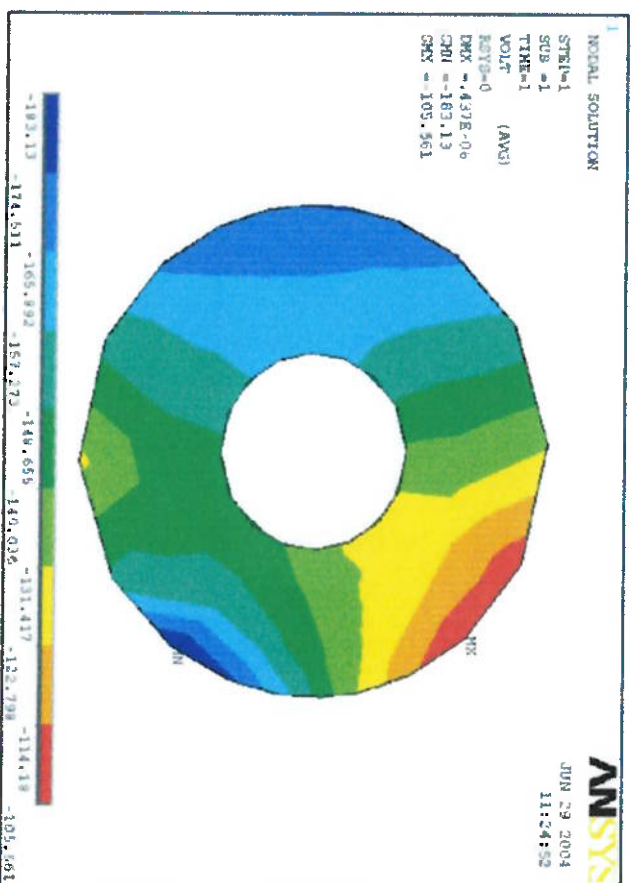
## Resultados da força aplicada de 100 N



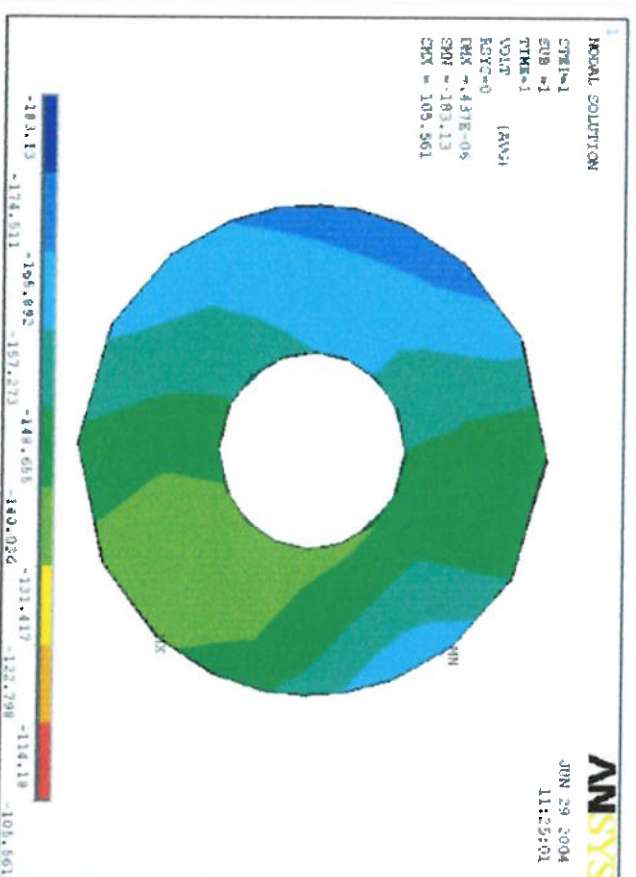
Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 100 N

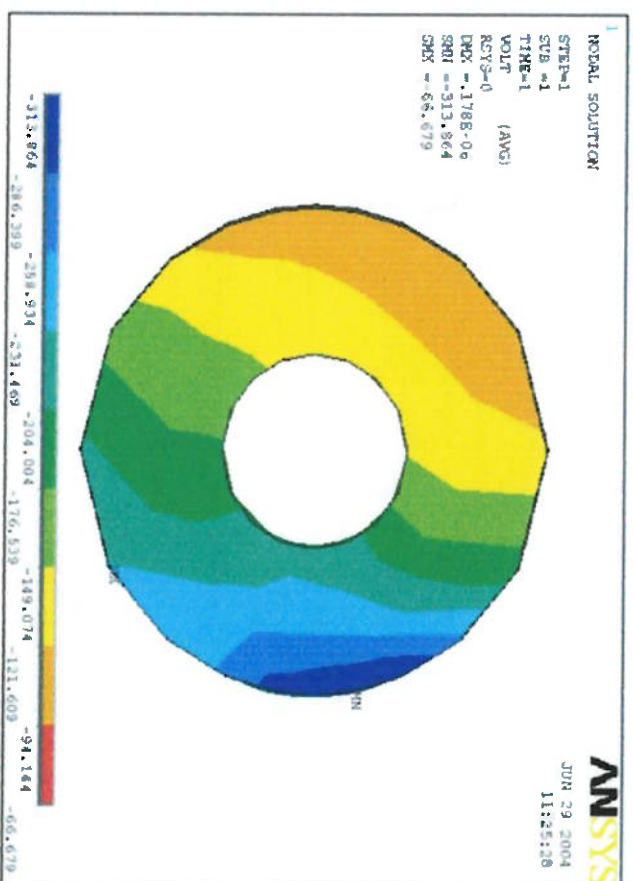


Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)

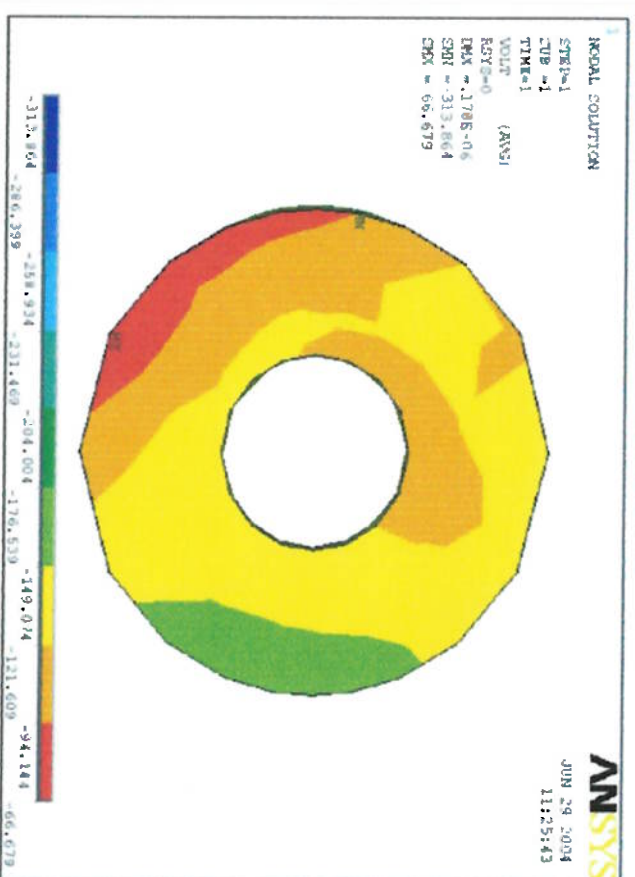


Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)

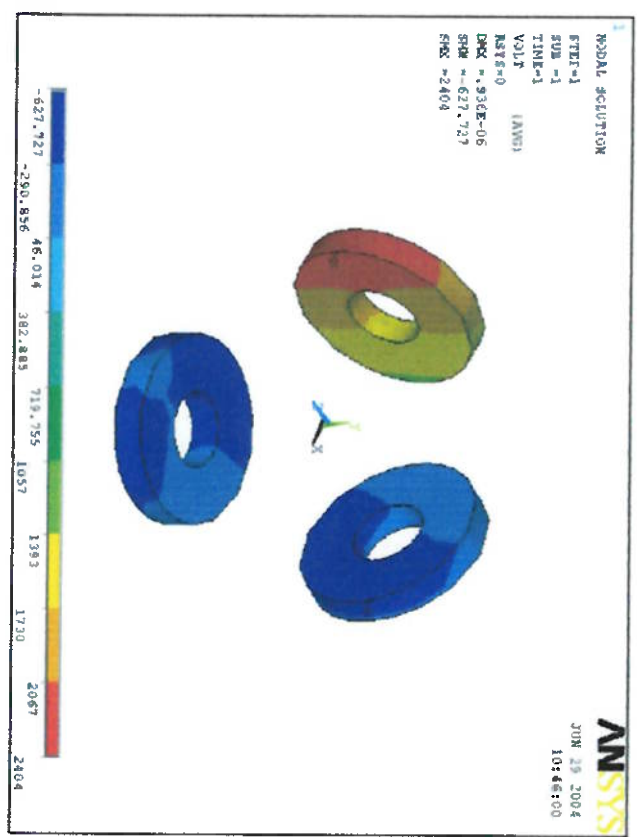




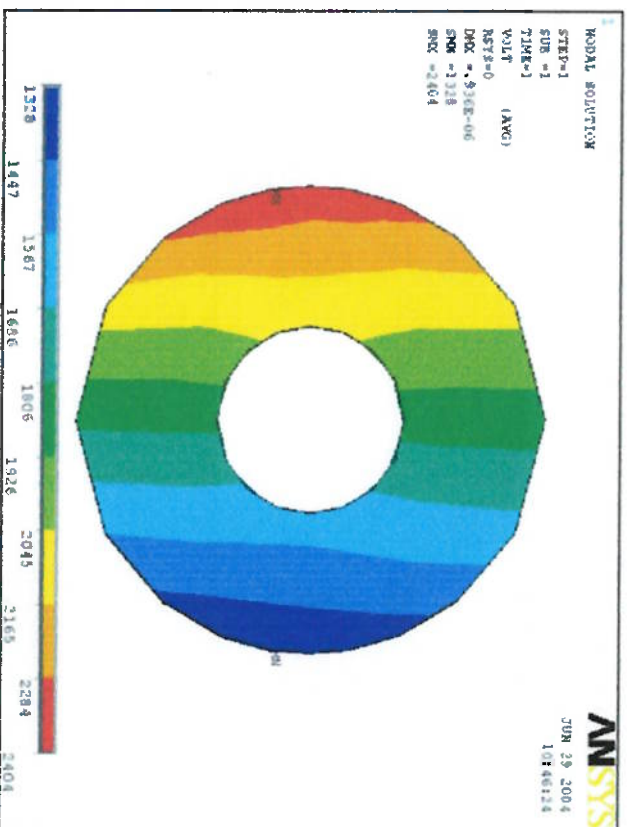
Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)



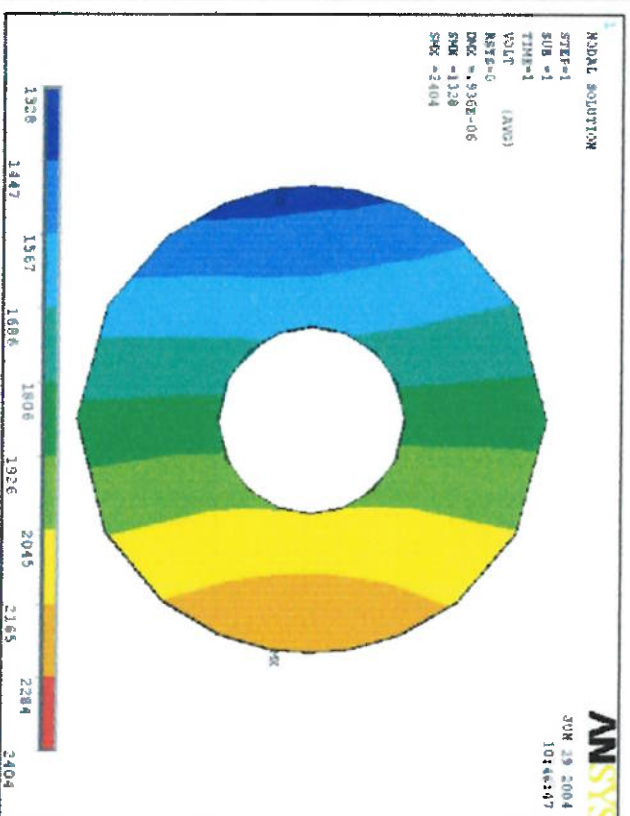
**Resultados da força aplicada de 200 N**

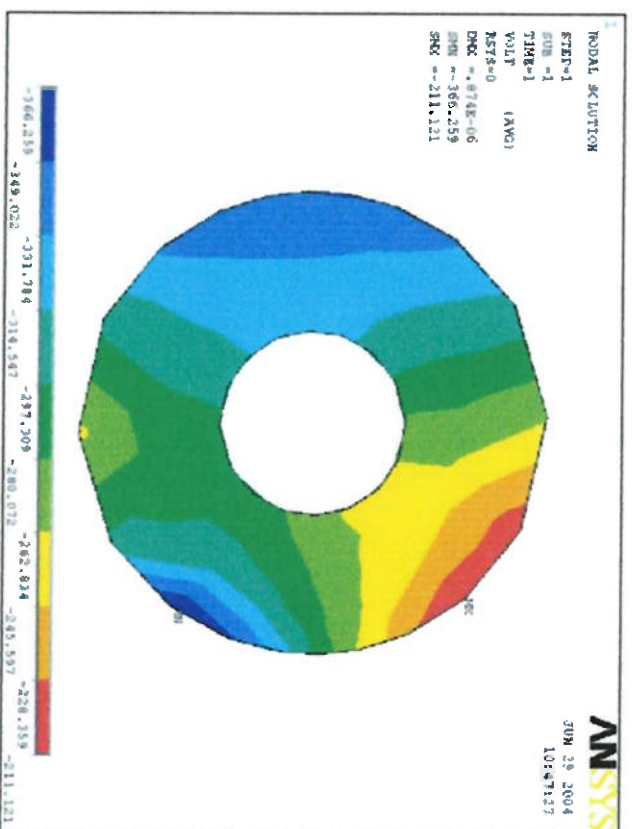


Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 200 N

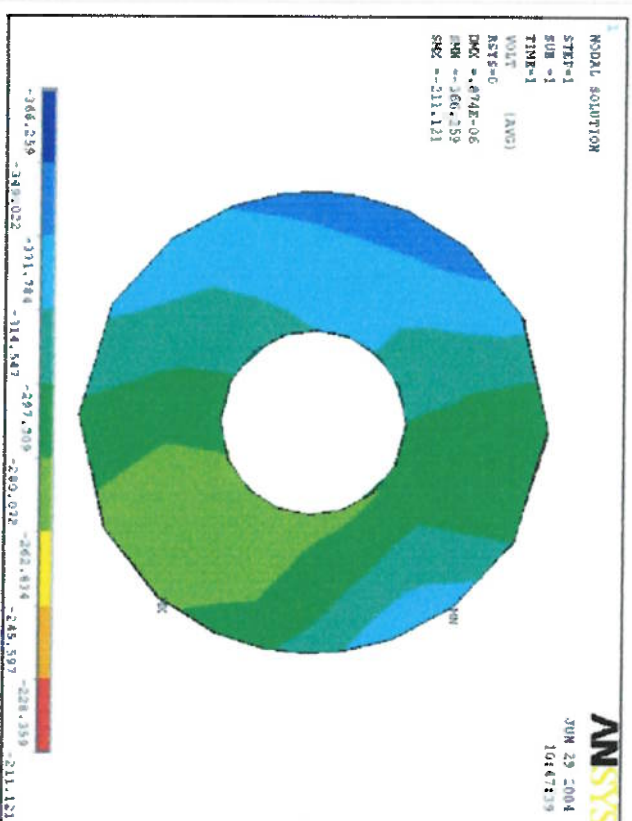


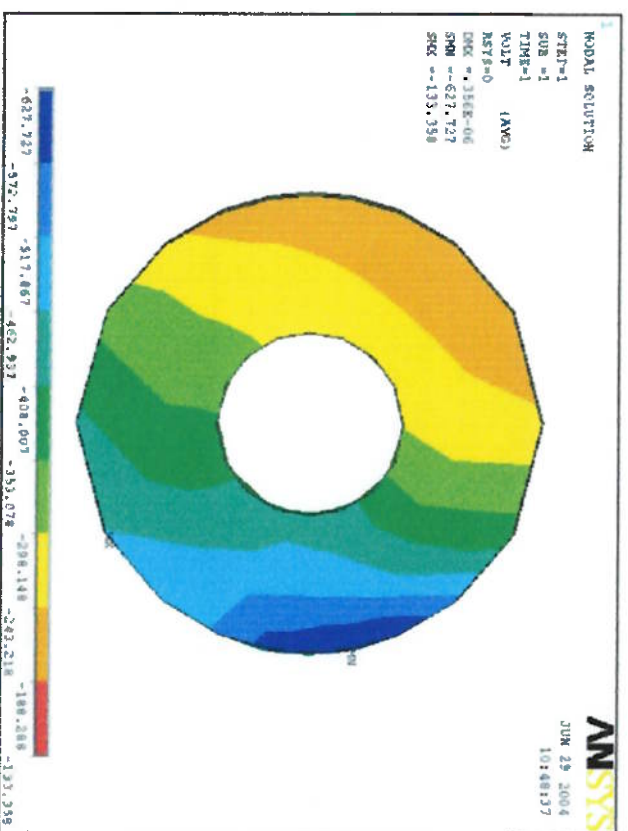
Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)



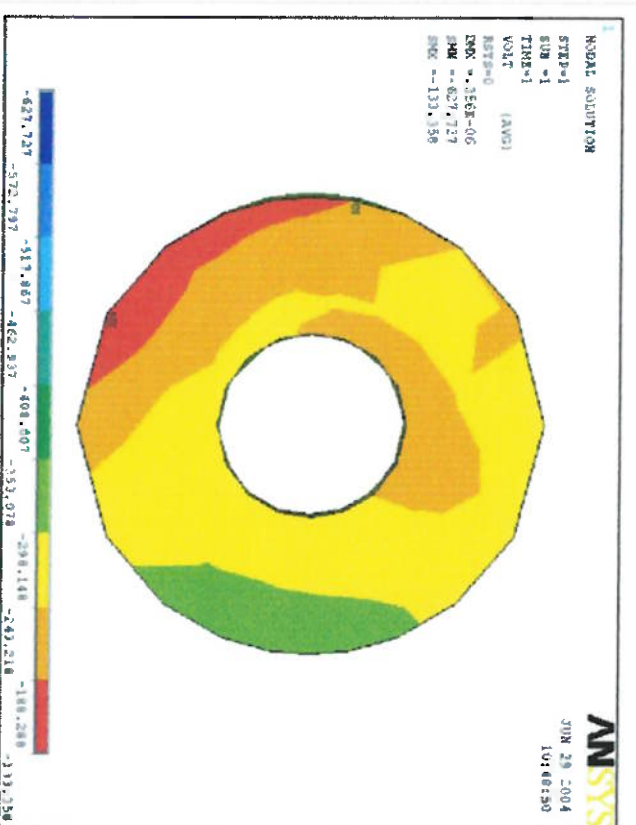


Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)

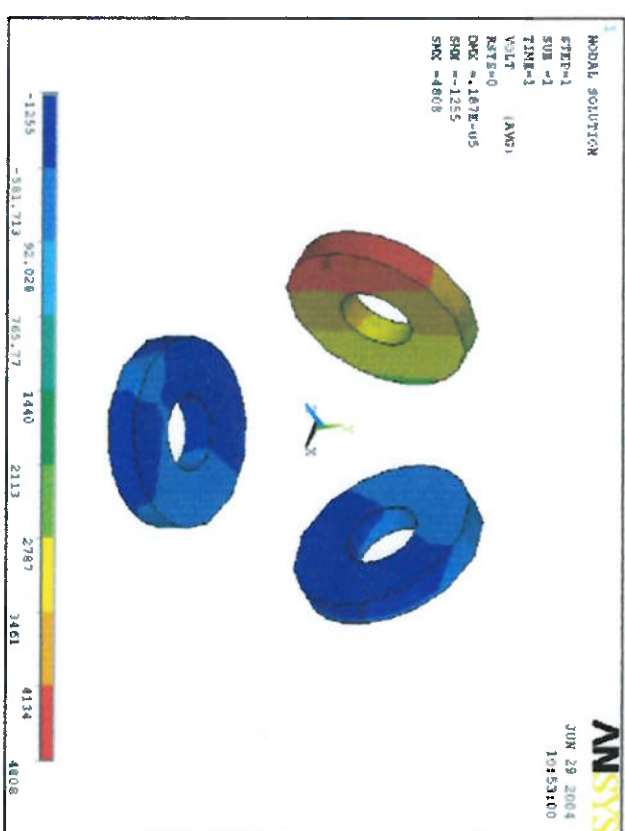




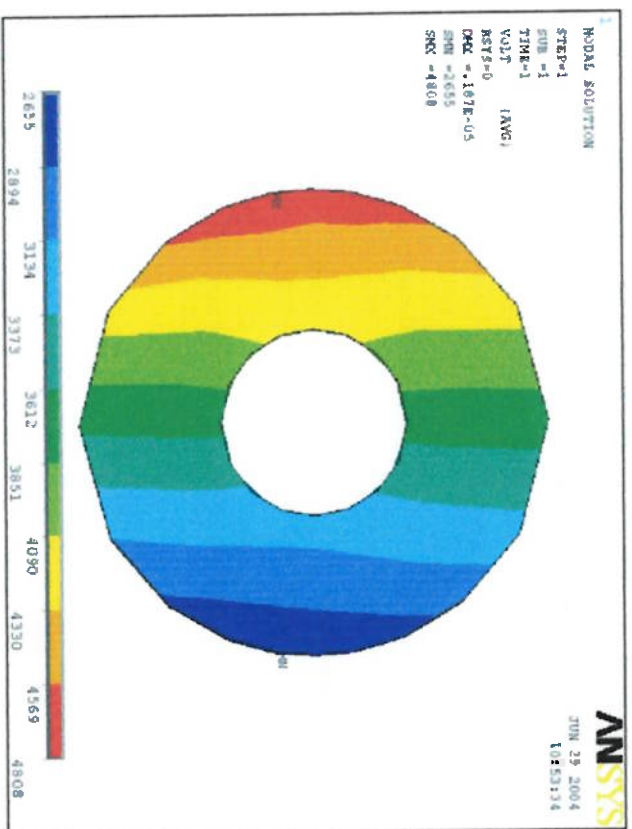
Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)



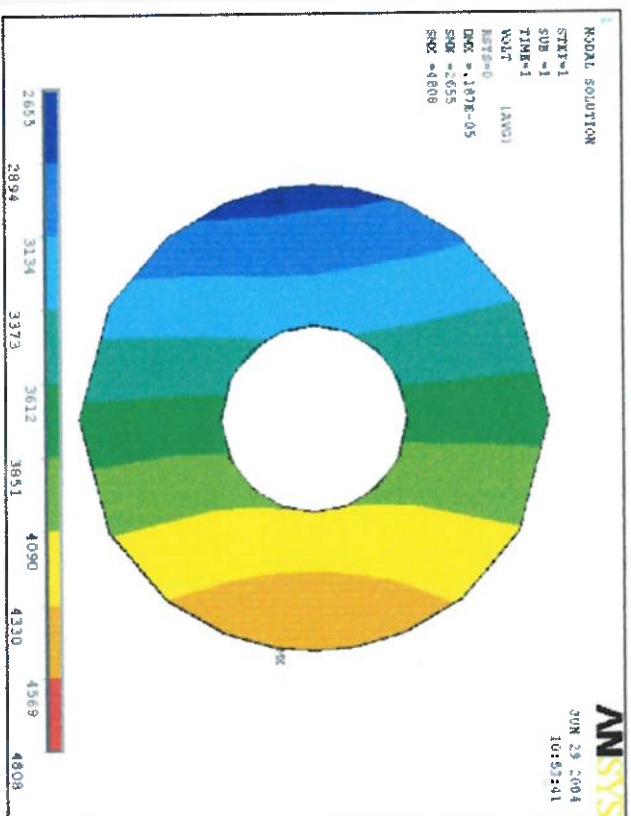
**Resultados da força aplicada de 400 N**

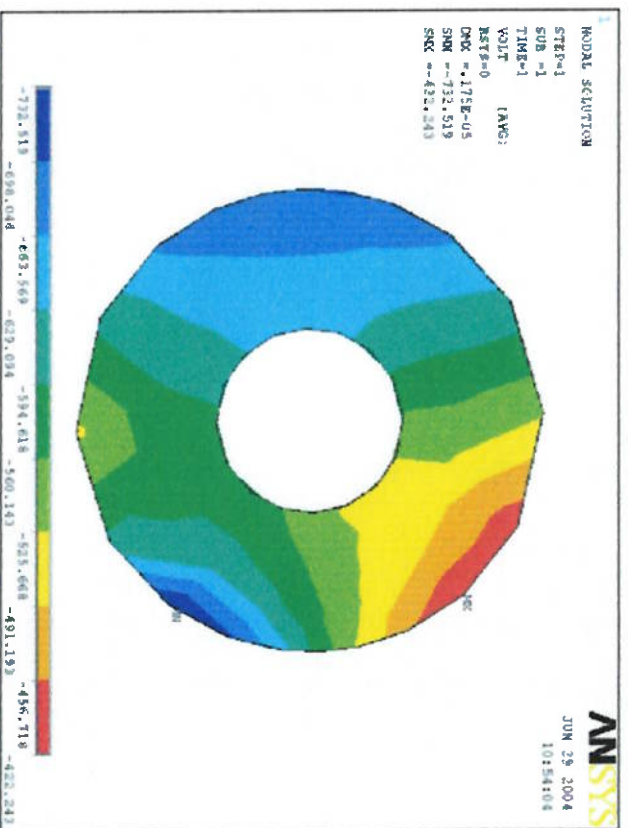


Visão isométrica das três cerâmicas na situação de 400 N

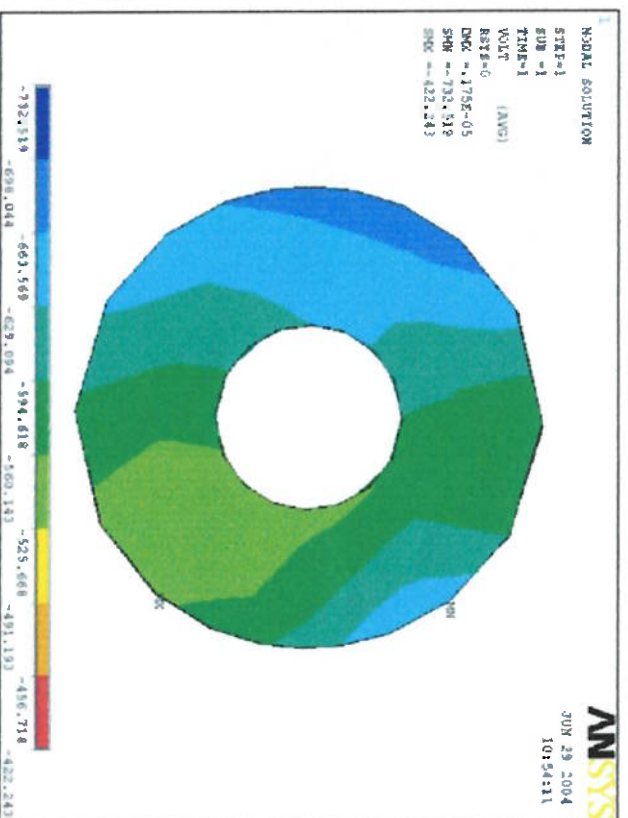


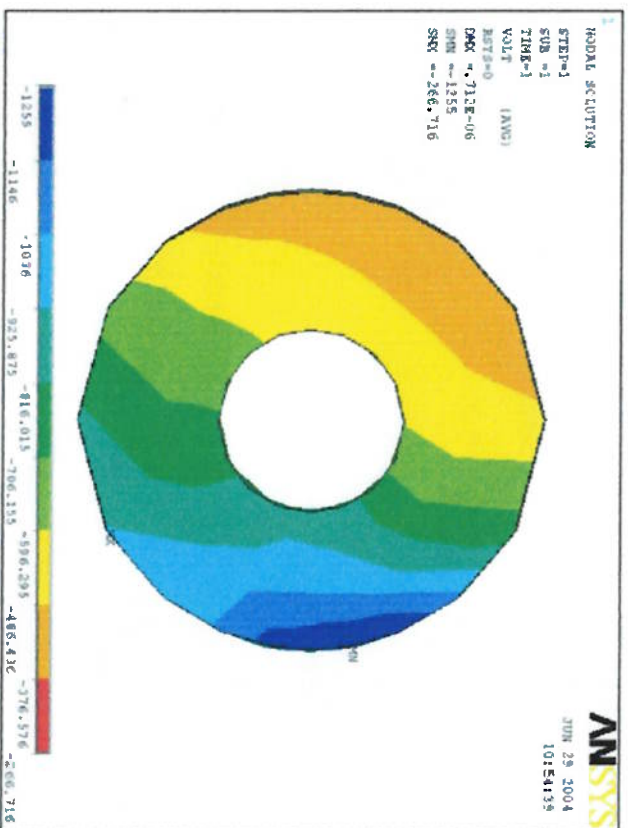
Cerâmica do eixo X (visão frontal e visão traseira)





Cerâmica do eixo Y (visão frontal e visão traseira)





Cerâmica do eixo Z (visão frontal e visão traseira)

